基礎物理学　問題　第 4-1 回　　（2010 年 6 月 18 日）　番号　　　　　　氏名

問題１　位置 x が時間 t の関数で与えられているときの速度 $v(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$ の計算。

（１）$x(t)=3t$　,　$\frac{dx(t)}{dt}=3$

（２）$x(t)=5t^2$　,　$\frac{dx(t)}{dt}=10t$

（３）$x(t)=2t^3$　,　$\frac{dx(t)}{dt}=6t^2$

（４）$x(t)=x_0+v_0t+\frac{1}{2}gt^2$　,　$\frac{dx(t)}{dt}=v_0+gt$

問題２　関数の積の時間微分（次の関数を時間で微分）。

（１）$2x^2$　,　$\frac{d\left(2x^2\right)}{dt}=\frac{d\left(2x^2\right)}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=4x\frac{dx}{dt}$

（２）$7xy$　,　$\frac{d(7xy)}{dt}=7\frac{dx}{dt}\cdot y+7x\cdot\frac{dy}{dt}=7y\cdot\frac{dx}{dt}+7x\cdot\frac{dy}{dt}$

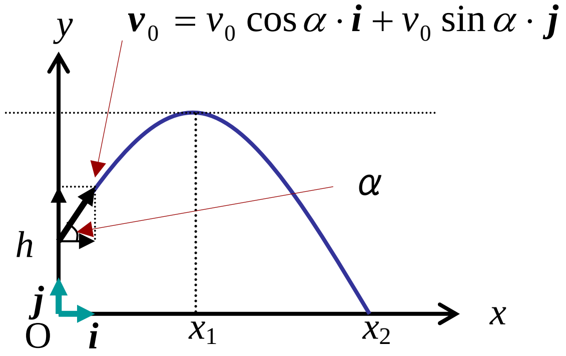
（３）$6x^2yz^3$　,

$$\begin{aligned}\frac{d\left(6x^2yz^3\right)}{dt}&=\frac{d6x^2}{dt}\cdot yz^3+6x^2\frac{dy}{dt}z^3+6x^2y\frac{dz^3}{dt}\\&=\frac{d6x^2}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}\cdot yz^3+6x^2\frac{dy}{dt}z^3+6x^2y\frac{dz^3}{dz}\cdot\frac{dz}{dt}\\&=12x\cdot\frac{dx}{dt}\cdot yz^3+6x^2\frac{dy}{dt}z^3+6x^2y\left(3z^2\right)\cdot\frac{dz}{dt}\\&=12xyz^3\frac{dx}{dt}+6x^2z^3\frac{dy}{dt}+18x^2yz^2\frac{dz}{dt}\end{aligned}$$

問題３　身長 $h = 180$ cm の人が，水平と角 $\alpha = 30°$ をなす方向に，ボールを速さ $v_0 = 20\,\mathrm{m/s}$ で投げる。重力加速度は $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ を使う。

また，$\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 \cong 0.866$,

$\sin 30^\circ = 1/2 = 0.500$　を使う。



＜運動方程式＞

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg$$

（速度）　x　成分　：　$\dfrac{dx(t)}{dt} = v_0 \cos\alpha$

（速度）　y　成分　：　$\dfrac{dy(t)}{dt} = v_0 \sin\alpha - g\,t$

（位置）　x　成分　：　$x(t) = x_0 + (v_0 \cos\alpha)\cdot t = (v_0 \cos\alpha)\cdot t$

（位置）　y　成分　：　$y(t) = y_0 + (v_0 \sin\alpha)\cdot t - \dfrac{1}{2}g\,t^2 = h + (v_0 \sin\alpha)\cdot t - \dfrac{1}{2}g\,t^2$

（１）ボールが最高点に達するのは，投げてから何秒後か。空気の抵抗は無視して考えよ。

ヒント：　最高点では鉛直方向の速度はゼロ，言い換えると　$m\dfrac{dy}{dt} = 0$　。

（略解：　教科書 59 頁参照。）

最高点では　$m\dfrac{dy}{dt} = 0$　となるので、　$\dfrac{dy(t)}{dt} = v_0 \sin\alpha - g\,t = 0$　。

従って、　$t = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g} = \dfrac{20\,\mathrm{m/s}\cdot \sin 30^\circ}{9.8\,\mathrm{m/s^2}} \cong 1.02\,\mathrm{s}$　（秒）　　答　1.02　秒後

（２）ボールが地上に落ちる点は，投げた地点からどれだけ離れているか。

ヒント：　投げたボールの地上に落ちるまでの時間は　$y(t) = 0$　から求まる。

（略解：　教科書 59 頁～60 頁参照。）

地上に落ちる迄の時間は　$y(t) = 0$　から求めることができる。

$$y(t) = y_0 + (v_0 \sin\alpha)\cdot t - \frac{1}{2}g\,t^2 = h + (v_0 \sin\alpha)\cdot t - \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$= 1.8\,\mathrm{m} + \left(20\,\mathrm{m/s}\cdot \sin 30^\circ\right)\cdot t - \frac{1}{2}\times 9.8\,\mathrm{m/s^2}\cdot t^2 = 0$$

この方程式から落下までの時間が、およそ 2.207 s (秒)　と求まる。

水平方向の速さは　$\dfrac{dx(t)}{dt} = v_0 \cos\alpha = 20\,\mathrm{m/s}\cdot \cos 30^\circ$　なので、地上に落ちるまでの距離

x_2 [m]　は、$x_2 = 2.207\,\mathrm{s} \times \left(20\,\mathrm{m/s}\cdot \cos 30^\circ\right) \approx 38.226\,\mathrm{m}$　である。（答）