

基礎物理学

担当 小野正利
onomasat@hoku-iryo-u.ac.jp

第5回

教科書

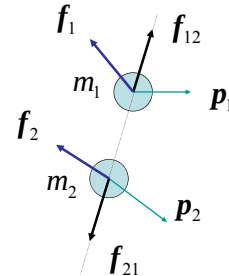
(1)「基礎物理学」

(2) <http://www.hoku-iryo-u.ac.jp/~onomasat/>

◎ 保存則

1. 運動量保存の法則

2つの物体がお互いに力を及ぼしている場合を考える。



内力

$$f_{21} = -f_{12}$$

f_{12} : 物体1が物体2から受ける力

f_{21} : 物体2が物体1から受ける力

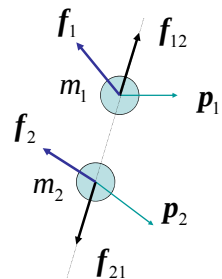
外力

f_1 : 物体1が物体2以外の物体から受ける力

f_2 : 物体2が物体1以外の物体から受ける力

物体1と物体2の運動方程式

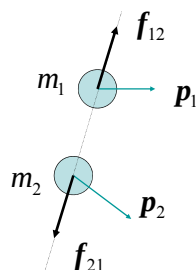
$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{f}_{12} + \mathbf{f}_1 \\ \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{f}_{21} + \mathbf{f}_2 \end{cases}$$



$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \frac{d(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)}{dt} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2$$

外力がゼロの場合

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \frac{d(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)}{dt} = 0$$



物体1 (m_1)と物体2 (m_2)の運動量の和が時間の経過に従って変わらない。

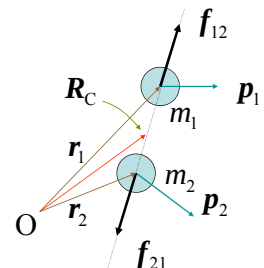
↓
運動量保存の法則

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = \frac{d}{dt} (m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2)$$

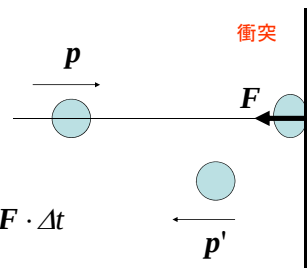
$$= (m_1 + m_2) \frac{d}{dt} \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\equiv (m_1 + m_2) \frac{d}{dt} \mathbf{R}_C$$

$\mathbf{R}_C$: 質量中心



撃力 : F



$$\frac{dp}{dt} = f \rightarrow \Delta p = F \cdot \Delta t$$

$$\Delta p = p' - p$$

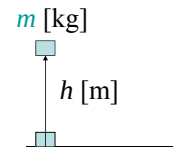
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p' - p}{\Delta t}$$

2. エネルギー保存の法則

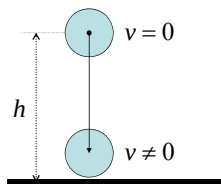
仕事

$$W = f l \cos\theta = f \cdot l$$

質量 m の物体を鉛直上方に h m 持ち上げるのに必要とするエネルギーは mgh [J (ジュール)] である。

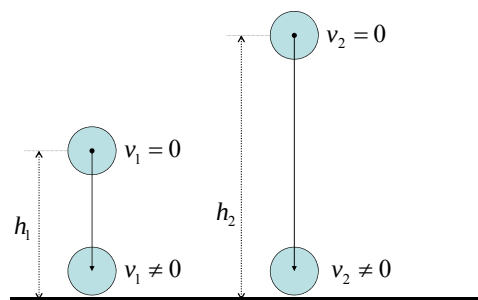


物体の落下においては、 h m 持ち上げるのに必要とするエネルギー mgh [J (ジュール)] が落下に伴い速度を発生させる... と考えることができる。



物体の落下距離と着地時の速度の大小関係

$$h_1 < h_2 \rightarrow v_1 < v_2$$



力学的エネルギー保存の法則

次の関係式を示すことができる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mv^2 + U \right) = \frac{d}{dt} E = 0$$

従って、 $E \equiv \frac{1}{2} mv^2 + U$ は時間が経っても

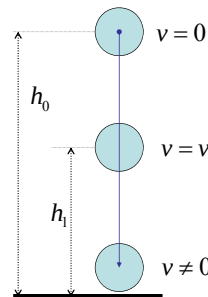
値が変わらない。 E を力学的エネルギーと呼び、このことを力学的エネルギー保存の法則という。

物体の落下の時には、 $U = mgh$ 。

よって、

$$E \equiv \frac{1}{2} mv^2 + U = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$$

落下時の力学的エネルギー $E \equiv \frac{1}{2} mv^2 + mgh$



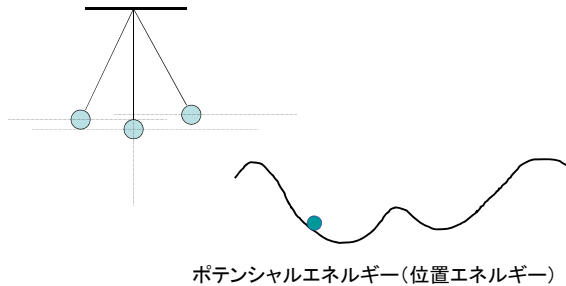
$$E = 0 + mgh_0 = mgh_0$$

$$E = \frac{1}{2} mv'^2 + mgh_1$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + 0 = \frac{1}{2} mv^2$$

平衡の位置

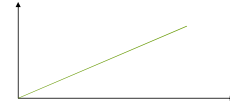
力学的エネルギーが摩擦などによって失われて、物体が静止する位置は、回りよりも、位置のエネルギーが小さい値(極値)になっている。



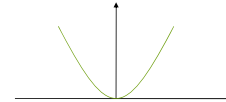
ポテンシャルエネルギー(位置エネルギー)

ポテンシャルの例

重力の位置のエネルギー : mgz



バネの位置エネルギー : $\frac{k}{2}x^2$



仕事率

単位時間当たりになされる仕事。

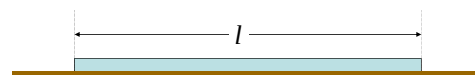
単位: $W = J \cdot s^{-1}$ (ワット)

1 馬力(HP) = $75 \text{ kgw} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 735.5 \text{ W}$

<http://www.shurey.com/Soft/Share/DoRyouKou/etc.html>
<http://www.tomari.org/main/java/tani-jb.html>

<問題5>

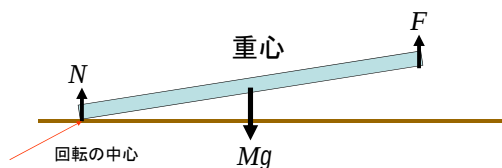
1. 質量 M [kg], 長さ l [m] の丸太が地面に横たわっている。



(1) その一方の端を手で持ち上げるには、どれだけの力が必要か。

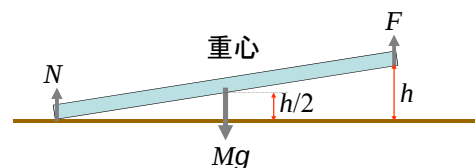
$$\begin{aligned} \text{外力の総和} \quad & F + N - Mg = 0 \\ \text{トルクの総和} \quad & Mg \cdot l/2 - F \cdot l = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \quad \begin{aligned} F &= Mg/2 \\ N &= Mg/2 \end{aligned}$$



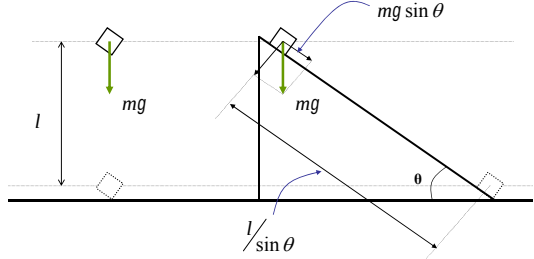
(2) 一方の端を高さ h まで持ち上げるとき、手がする仕事は、丸太の位置エネルギーの増加に等しいことを確かめよ。

$$\begin{aligned} \text{手がする仕事} &= Fh = (Mg/2) \times h = Mgh/2 \\ \text{丸太の位置エネルギーの増加} &= Mg \times (h/2) = Mgh/2 \end{aligned}$$



<問題5>

2. 重力が働く物体を静かに落下させる。
このとき、「自然落下させる」ときと「摩擦の無い
斜面上を滑らせて落下させる」ときを比べる。
鉛直方向に同じ距離落下したときには両方の
場合で同じ速さを持っていることを示せ。



自然落下のときに重力が行う仕事: $mg \cdot l$
斜面に沿った落下のときに重力が行う仕事: $mg \sin \theta \cdot \frac{l}{\sin \theta} = mg \cdot l$

両方とも重力が行う仕事が同じなので位置エネルギーの変化は
同じ。従って、このことに伴う運動エネルギーの変化も同じになる。
→ 任意の高さで両方とも同じ速さを持つ。