

基礎物理学

担当 小野正利
onomasat@hoku-iryo-u.ac.jp

第10回

教科書

(1)「基礎物理学」

(2) <http://www.hoku-iryo-u.ac.jp/~onomasat/>

基礎物理あれこれ

前回の続き

力学的エネルギー保存の法則

次の関係式を示すことができる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mv^2 + U \right) = \frac{d}{dt} E = 0$$

$E \equiv \frac{1}{2} mv^2 + U$ を 力学的エネルギーと呼ぶ。

$\frac{1}{2} mv^2$: 運動エネルギー

U : ポテンシャルエネルギー
(位置のエネルギー)

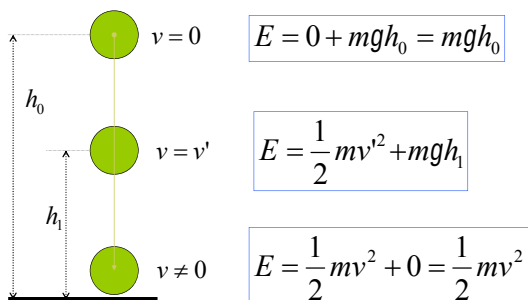
物体の落下(落下運動)の時には、

$$U = mgh$$

従って、力学的エネルギー E は、

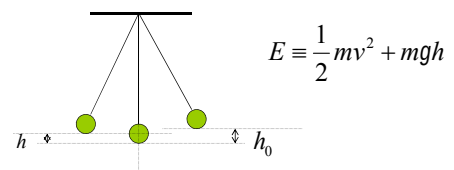
$$E \equiv \frac{1}{2} mv^2 + U = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$$

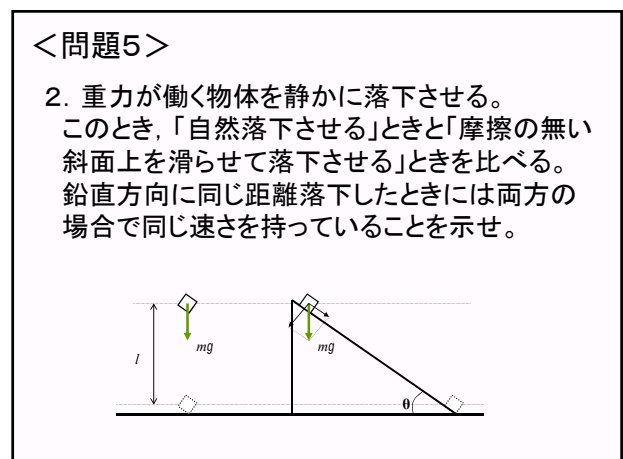
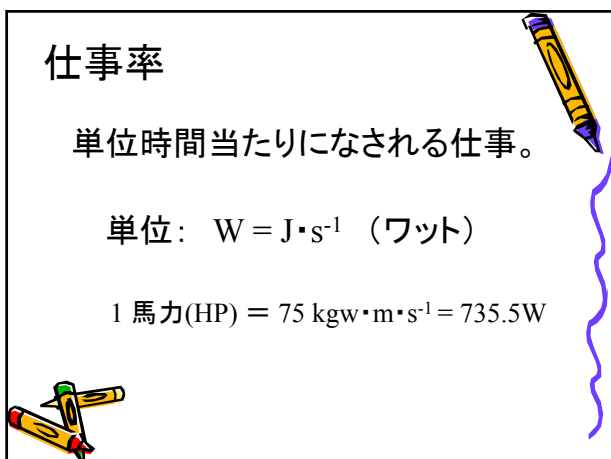
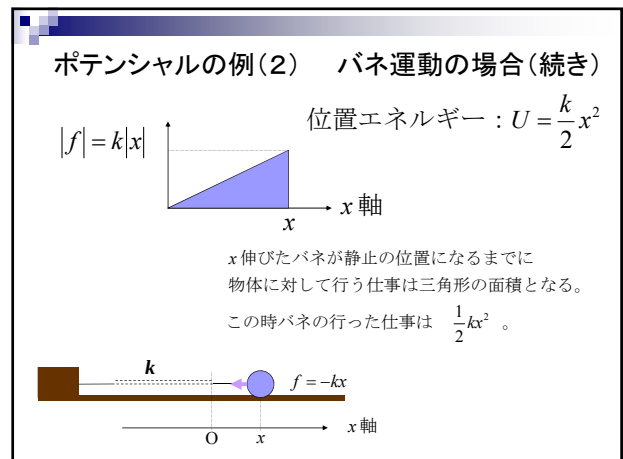
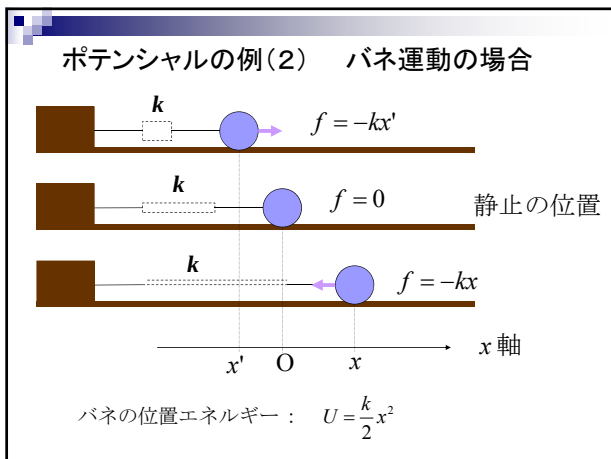
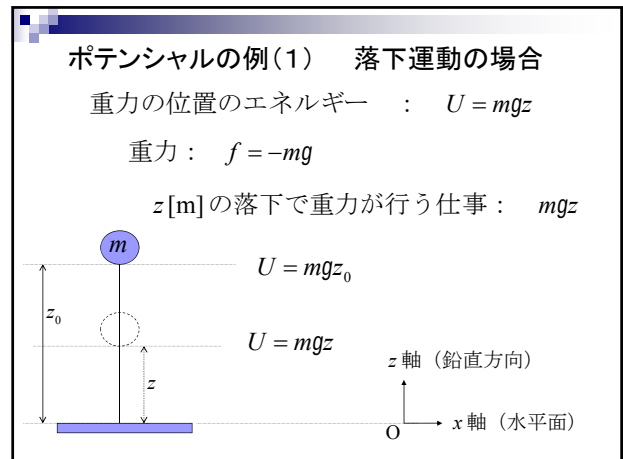
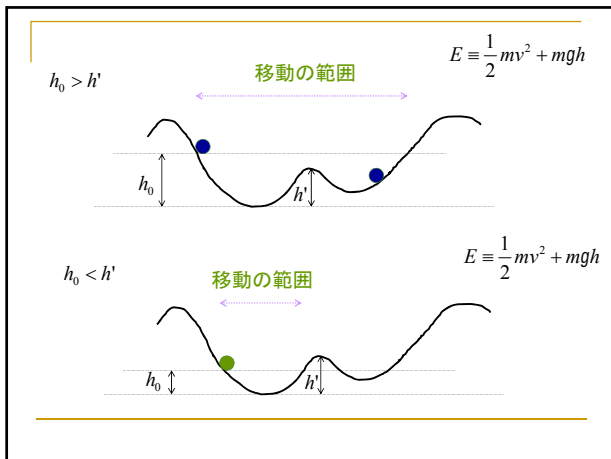
落下時の力学的エネルギー $E \equiv \frac{1}{2} mv^2 + mgh$



平衡の位置

力学的エネルギーが摩擦などによって失われて、物体が静止する位置は、まわりよりも位置エネルギーが小さい値(極値)になっている。





自然落下のときに重力が行う仕事: $mg \cdot l$
 斜面に沿った落下のときに重力が行う仕事: $mg \sin \theta \cdot \frac{l}{\sin \theta} = mg \cdot l$

両方とも重力が行う仕事と同じなので位置エネルギーの変化は同じ。従って、このことに伴う運動エネルギーの変化も同じになる。
 → 任意の高さで両方とも同じ速さを持つ。

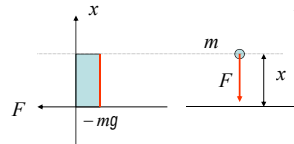
<問題5>

3. 下に描いてある図は、落下運動、単振り子、バネ振り子のそれぞれの場合を表したものである。図を参考にして、それぞれの場合の力学的エネルギーの表式を書け。

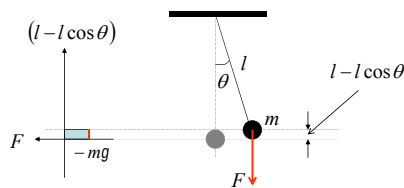
<落下運動>

$$U(x) = mgx$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U(x) = \frac{1}{2}mv^2 + mgx$$



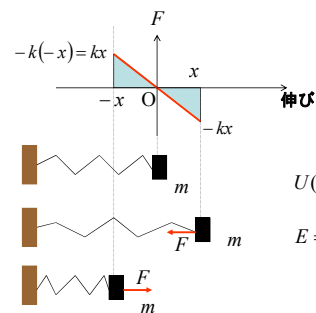
<問題5> 3. <単振り子>



$$U(x) = mg \cdot (l - l \cos \theta)$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mg \cdot (l - l \cos \theta)$$

<問題5> 3. <バネ振り子>

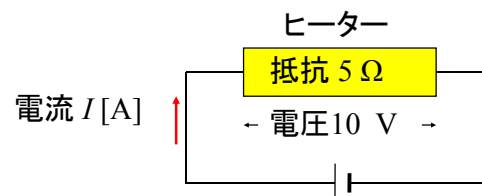


$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

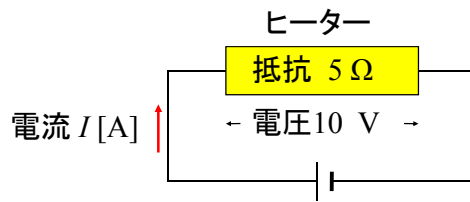
$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U(x) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

「物理学」の解説

(5) 電気抵抗が 5Ω の電熱線(抵抗線)の両端に 10 V の電圧をかけて熱を発生させるヒーターがある。



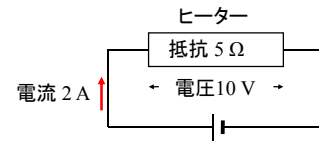
(5.1) 電熱線に流れる電流の強さは何 A か。



$$\text{電圧} = (\text{電流}) \times (\text{抵抗})$$

$$10 \text{ V} = I (\text{A}) \times 5 \Omega \Rightarrow I = 10/5 = 2 \text{ A}$$

(5.2) このヒーターで 1 秒間に発生する熱量は何ジュール [J] か。



$$\begin{aligned} \text{1秒間に発生する熱量} &= \text{消費電力} \\ &= (\text{電圧}) \times (\text{電流}) \\ &= 10 \times 2 = 20 \text{ J/s} \end{aligned}$$

$$\therefore 20 \text{ J}$$

(6) 100 V の電圧をかけると 8 A の電流が流れる電熱線(抵抗線)からなるドライヤーがある。

(6.1) 電熱線の電気抵抗は何 Ω か。

オームの法則

$$\text{電圧 } V = (\text{電流 } I) \times (\text{抵抗 } R)$$

$$\Rightarrow R = V/I = 100/8 = 12.5 \Omega$$

(6.2) 電熱線の電気抵抗は何 Ω か。

$$\text{消費電力 } P = (\text{電圧 } V) \times (\text{電流 } I)$$

$$\Rightarrow P = 100 \times 8 = 800 \text{ W}$$

(6.3) このドライヤーで 1 分間に発生する熱量は何 J か。

$$\text{消費電力 [W]} = \text{電熱線で1秒間に発生する熱量 [J]}$$

$$\begin{aligned} \text{1分間に発生する熱量} &= 60 \text{ s} \times 800 \text{ W} \\ &= 48000 \text{ J} \end{aligned}$$

演習問題(原子物理学)

(1) コバルトの同位体 $^{59}_{27}\text{Co}$ と $^{60}_{27}\text{Co}$ の原子核1個に含まれる陽子数と中性子数をそれぞれ求めよ。

		$^{59}_{27}\text{Co}$	$^{60}_{27}\text{Co}$
$A=Z+N$			
陽子数 Z		27	27
中性子数 N		32	33
質量数 A		59	60

(2) 波長が $6.6 \times 10^3 \text{ \AA}$ の光を放射する装置がある。光速を $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、プランク定数を $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ として、以下の問に答えよ。

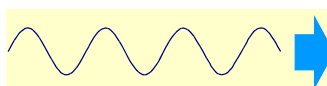
(2.1) $6.6 \times 10^3 \text{ \AA}$ は何 m か。

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} 6.6 \times 10^3 \text{ \AA} &= 6.6 \times 10^3 \times 10^{-10} \text{ m} \\ &= 6.6 \times 10^{-7} \text{ m} \end{aligned}$$

(2.2) 波長が $6.6 \times 10^3 \text{ \AA}$ の光子1個がもつエネルギーは何 J か。

振動数 ν , 波長 λ の光



光子

エネルギー $h\nu$

$\lambda \cdot \nu = c$ (光速)

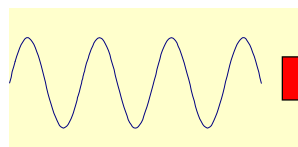
h : プランク定数

光子 1 個のエネルギー

$$\begin{aligned} h\nu &= h(c/\lambda) \\ &= 6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8 / (6.6 \times 10^{-7}) \\ &= 3.0 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

(2.3) このレーザー装置が 12 J のエネルギーをもった光のパルスを発したとすると、この光パルスには何個の光子が含まれていることになるか。

振動数 ν のパルス光



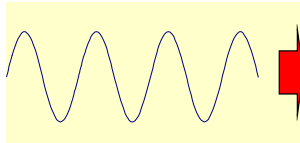
n 個の光子

$h\nu$

$h\nu$

$h\nu$

振動数 ν のパルス光



n 個の光子

$h\nu$

$h\nu$

$h\nu$

n 個の光子のエネルギー $n h \nu = 12 \text{ J}$

$$\begin{aligned} n &= 12 / (h\nu) \\ &= 12 / (3.0 \times 10^{-19}) = 4.0 \times 10^{19} \text{ 個} \end{aligned}$$

基礎物理あれこれ

◎ 流体

1. 静止流体

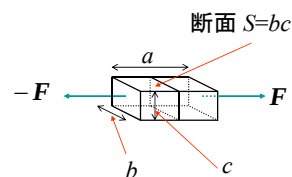
固体は力を作用させると変形する。

流体は力を作用させると流れが起こる。

応力

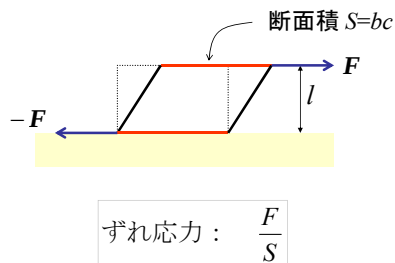
単位面積あたりの力を応力と呼びます。

$$\text{応力} : \frac{F}{S}$$



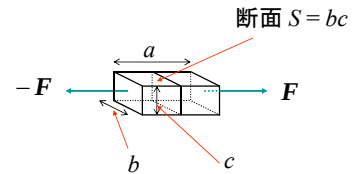
例) 張力、圧力

ずれ変形の時の応力(ずれ応力と呼ぶ)

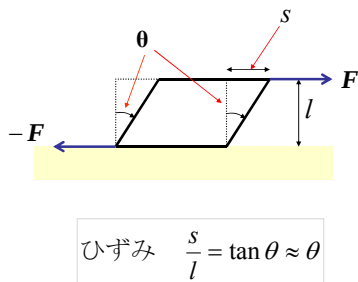


長さの変化の割合をひずみと呼びます。

ひずみ $\frac{\Delta a}{a}, \frac{\Delta b}{b}, \frac{\Delta c}{c}$



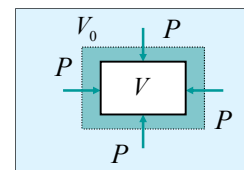
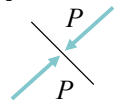
変形がずれの時 (→ 体積変化を伴わない)



流体はずれ変形に対して無抵抗

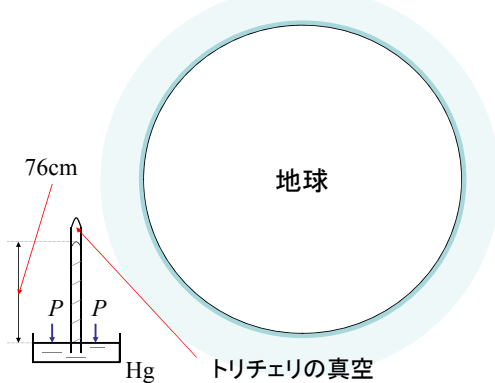
→ 自由に形が変わる

流体中の応力 → 圧力のみ

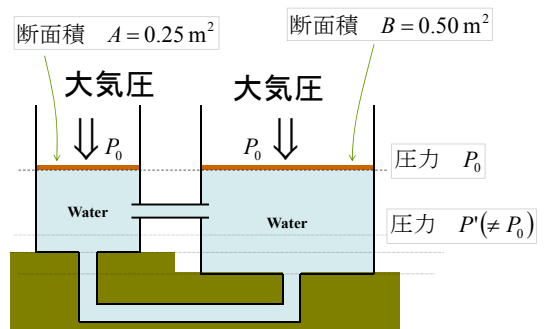


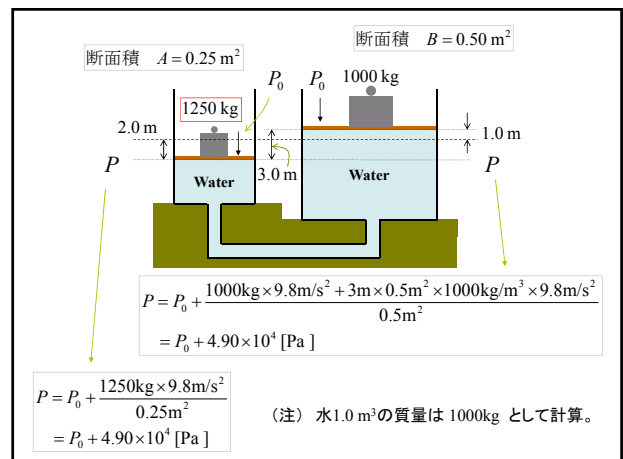
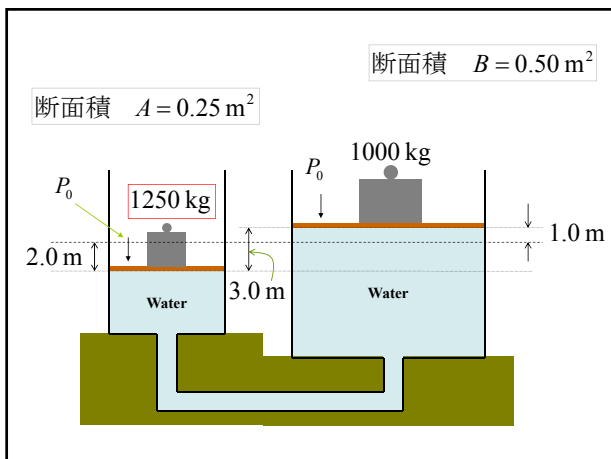
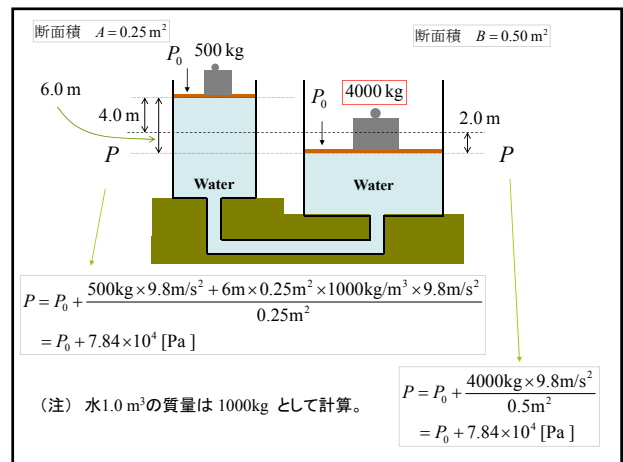
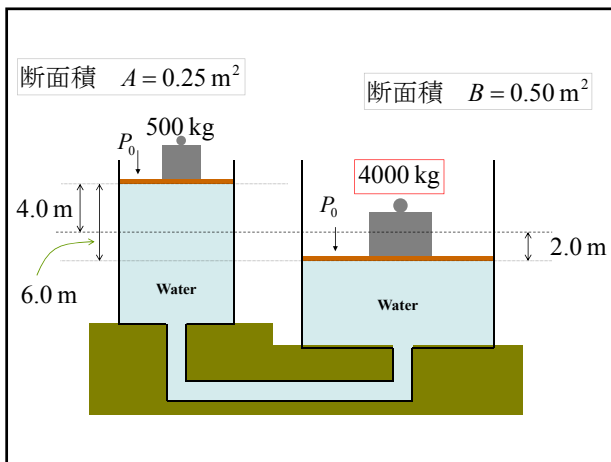
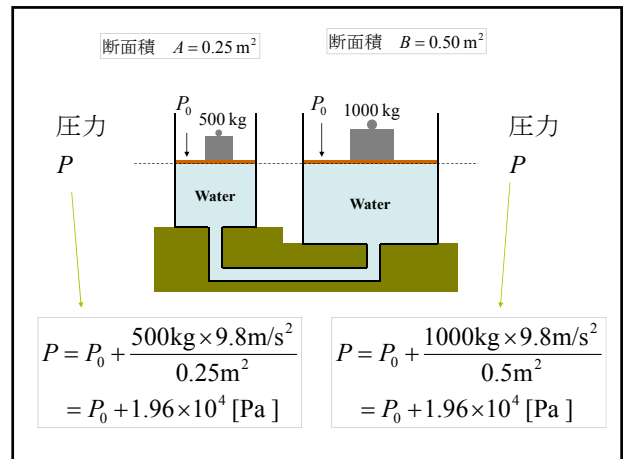
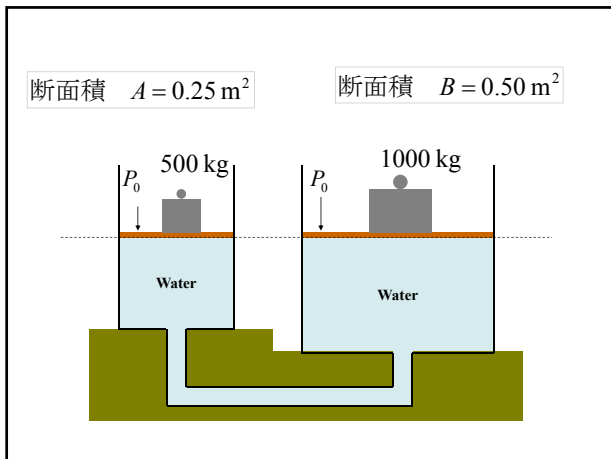
圧力の単位: Pa(パスカル)
 $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ torr} = 760 \text{ mmHg}$

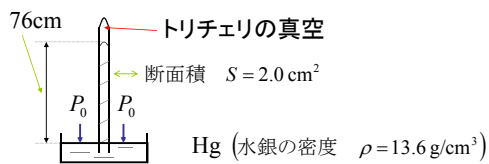
気圧は空気の重さに基づきます。



連通管



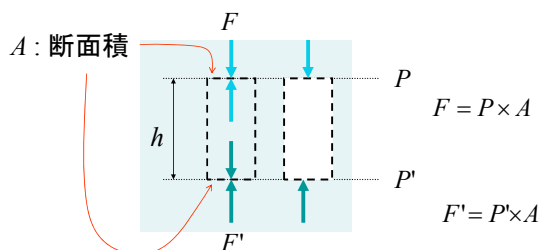
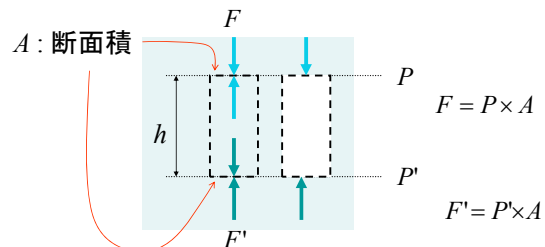




大気圧の大きさ

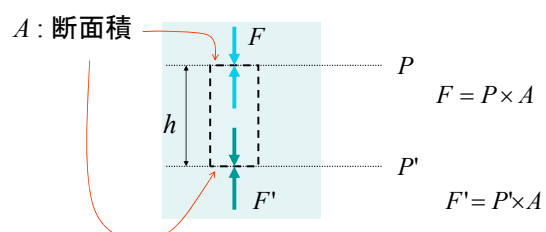
$$\begin{aligned}
 P_0 &= \frac{76 \text{ cm} \times 2.0 \text{ cm}^2 \times 13.6 \text{ g/cm}^3 \times 980 \text{ cm/s}^2}{2.0 \text{ cm}^2} \\
 &= 1012928 \left[\frac{\text{g} \cdot \text{cm/s}^2}{\text{cm}^2} \right] = 1012928 \left[\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \right] \\
 &= 10.12928 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{cm}^2} \right] = 101292.8 \left[\frac{(\text{kg} \cdot \text{m/s}^2)}{\text{m}^2} \right] \\
 &= 101292.8 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = 101292.8 \text{ Pa} \\
 &\cong 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1013 \text{ hPa}
 \end{aligned}$$

流体中の圧力の深さによる変化



ρ : 水の密度 (単位は kg/m^3), $V = hA$: 水の柱の体積
 g : 重力加速度。

$$\begin{aligned}
 F' - F &= \text{水の重さ} = (\text{水の密度} \times \text{水の柱の体積}) \times g \\
 &= (\rho \times V) \times g = \rho \times (h \times A) \times g = \rho g h A
 \end{aligned}$$

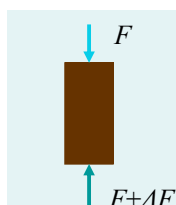


$$\begin{aligned}
 F' - F &= P' A - P A = (P' - P) A = \rho g h A \\
 \text{従って,} \\
 P' - P &\equiv \Delta P = \rho g h
 \end{aligned}$$

浮力

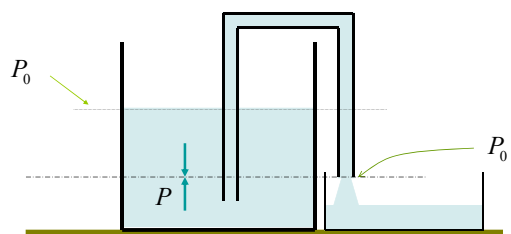
物体に働く浮力は、
 物体が排除した水の重さに等しい。

$$\Delta F \equiv F' - F = P' A - P A = (P' - P) A = \rho g h A$$



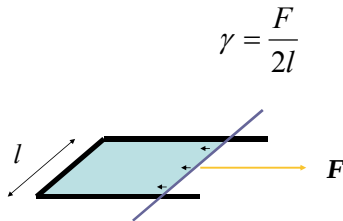
サイフォン

$P' (\neq P_0)$



3. 表面張力

表面張力 γ

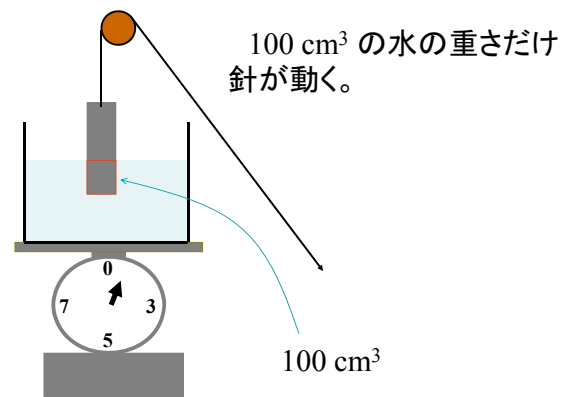


液体 表面張力 (mN/m)

アセトン	23.30
ベンゼン	28.90
エタノール	22.55
n-ヘキサン	18.40
メタノール	22.60
n-ペンタン	16.00
水銀	476.00
水	72.75

<問題10>

1. 秤にのせた容器に水を入れる。その中に、鋼鉄製の物体をひもでつるして静かに水に沈めてゆく。この時、秤の針が指示する目盛りはどうか変わってゆくか。たとえば、鋼鉄製の物体の体積が 100cm^3 沈んだときの目盛りの変化を求めよ。ただし、鋼鉄製の物体は容器の底に達していないものとし、水は溢れていないものとする。



2. 流れ

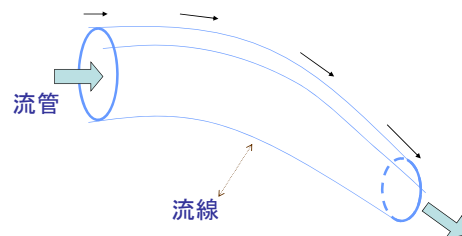
流れがある時の流体

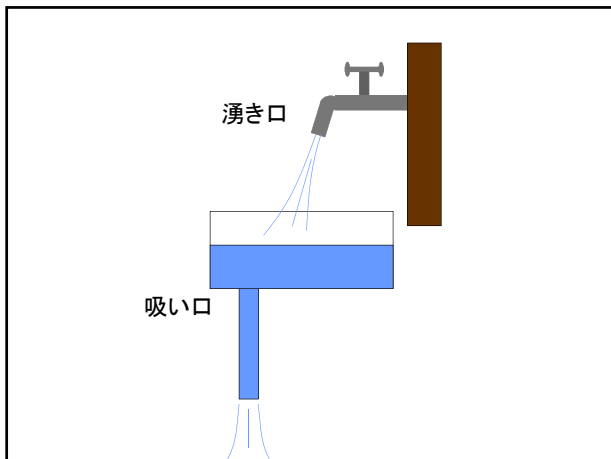
流線: 流体中に曲線を考え、曲線上の接線方向がその場所での速度の方向であるとき、この曲線を **流線** と呼ぶ。

流管: 流線で囲まれた管を**流管**と呼ぶ。

湧き口, 吸い口: 水道などの蛇口や風呂の栓に対応するものをそれぞれ、湧き口, 吸い口と呼ぶ。

流れがある時の流体





流体の取り扱い上の区分

1. 非圧縮性流体
2. 圧縮性流体
3. 粘性流体
4. 完全流体(粘性のない流体)

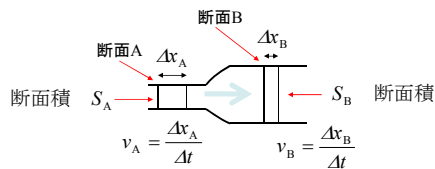
講義では、非圧縮性でかつ粘性が小さいあるいは無いと考えられる流れを考えます。

定常流

流体中の任意の位置の速度が時間的に変化しないような流れを**定常流**と言います。

管の中の定常流を考える。

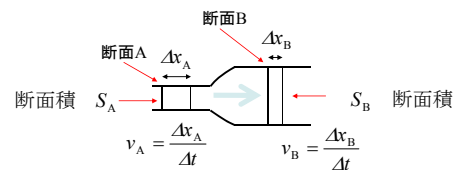
質量保存の法則が成立する。



質量保存の法則

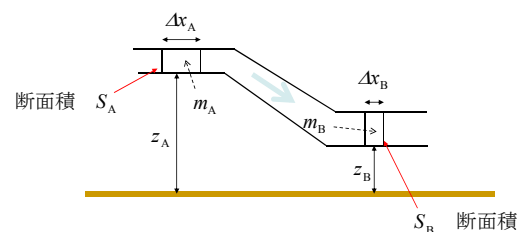
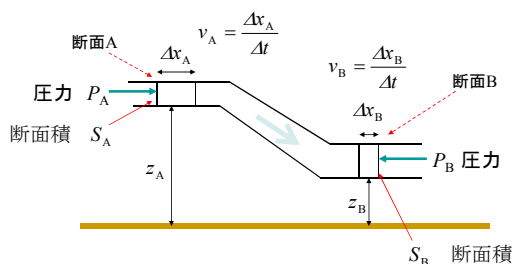
$$\rho_A S_A v_A = \rho_B S_B v_B$$

密度 $\rho = (\text{一定})$ を仮定すると $S_A v_A = S_B v_B$



ベルヌーイの定理

管に入ってきた流体部分(A)の力学的エネルギーと管から出てゆく流体部分(B)の力学的エネルギーの差は、外部からの力(圧力)によってなされた仕事に等しい、と考えることができる。



$$\rho_A \Delta x_A S_A \equiv m_A$$

$$\rho_B \Delta x_B S_B \equiv m_B$$

断面積 S_A m_A z_A $v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$ $v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$ m_B z_B S_B 断面積

m_A の力学的エネルギー $U_A \equiv \frac{m_A}{2} v_A^2 + m_A g \cdot z_A$

m_B の力学的エネルギー $U_B \equiv \frac{m_B}{2} v_B^2 + m_B g \cdot z_B$

断面積 S_A m_A z_A $v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$ $v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$ m_B z_B S_B 断面積 P_B 圧力

力学的エネルギーの差 $\Delta E \equiv U_B - U_A$

$$\equiv \left(\frac{m_B}{2} v_B^2 + m_B g \cdot z_B \right) - \left(\frac{m_A}{2} v_A^2 + m_A g \cdot z_A \right)$$

圧力 P_A S_A z_A $v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$ $v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$ m_B z_B S_B 断面積 P_B 圧力

外力(圧力)がした仕事 $W = F_A \cdot \Delta x_A - F_B \cdot \Delta x_B = P_A S_A \Delta x_A - P_B S_B \Delta x_B$

$\rho_A \Delta x_A S_A \equiv m_A$
 $\rho_B \Delta x_B S_B \equiv m_B$ } を考慮して書き直します。

以下密度 $\rho_A = \rho_B = \rho$ (一定) を仮定します。

$\Delta E \equiv U_B - U_A$

$$\equiv \left(\frac{m_B}{2} v_B^2 + m_B g \cdot z_B \right) - \left(\frac{m_A}{2} v_A^2 + m_A g \cdot z_A \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B \right) S_B \Delta x_B - \left(\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A \right) S_A \Delta x_A$$

$W = P_A S_A \Delta x_A - P_B S_B \Delta x_B$

$\Delta E = W$ が成り立ちます。。

$\Delta E = W$ を書き直すと、

$$\left(\frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B \right) S_B \Delta x_B - \left(\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A \right) S_A \Delta x_A = P_A S_A \Delta x_A - P_B S_B \Delta x_B$$

$S_A \Delta x_A = S_B \Delta x_B$ を使って、整理します。

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A + P_B = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B$$

$\therefore \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + P = \text{一定}$

ベルヌーイの定理

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + P = \text{一定}$$

断面A $v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$ $v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$ Δx_B Δx_A P_A 圧力 S_A 断面積 z_A z_B S_B 断面積 P_B 圧力

<問題10>

2. 大きな水槽に水を満たす。深さを h [m] とする。水槽の底に近い側壁に小さな穴が空いている。穴の底からの距離を a [cm] とする。穴から出てゆく水の穴の位置の速さを求めよ。(トリチェリーの定理)。

ベルヌーイの定理 $\longleftrightarrow \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = \text{一定}$

