

基礎物理学

担当 小野正利
onomasat@hoku-iryo-u.ac.jp

第6回(1)

教科書

(1)「基礎物理学」

(2) <http://www.hoku-iryo-u.ac.jp/~onomasat/>



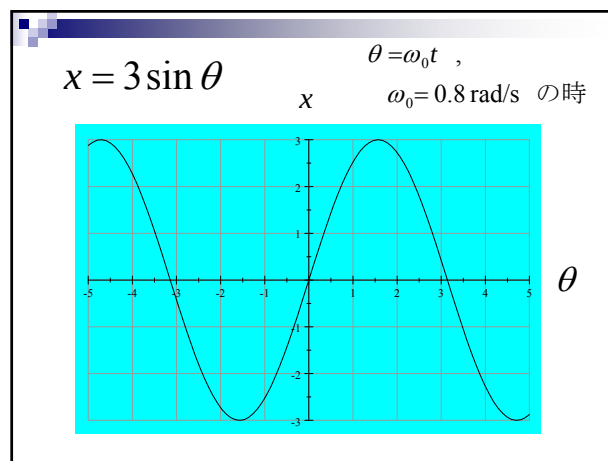
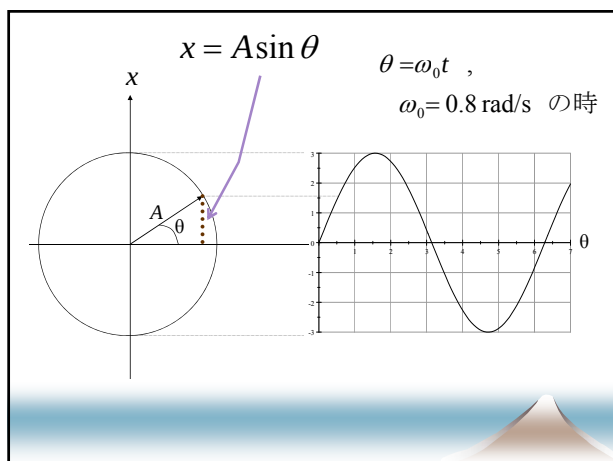
◎ 振動運動の例と相対運動

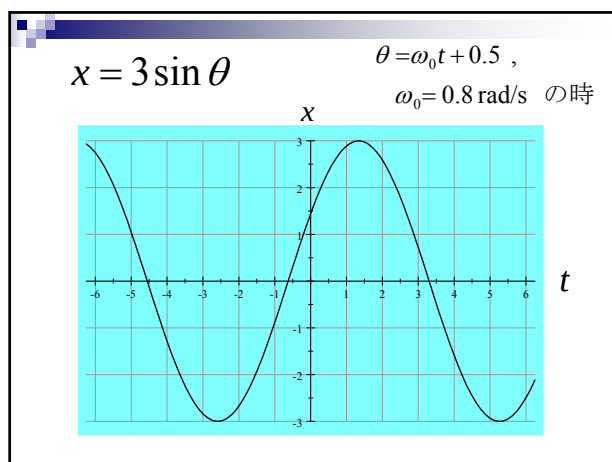
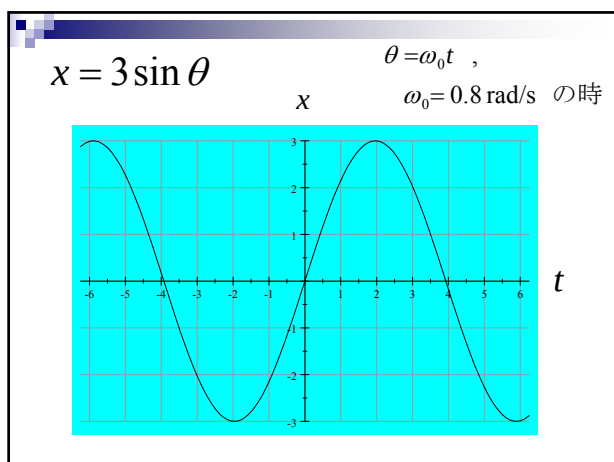
1. 振動運動の色々

(1) 調和振動

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \delta) \equiv A \sin \theta$$

$$\theta \equiv \omega_0 t + \delta$$





$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \delta)$

A : 振幅
 $T = 2\pi/\omega_0$: 周期 $1/T$: 振動数 (Hz)
 ω_0 : 角振動数
 $\omega_0 t + \delta$: 位相 δ : 初期位相

例 : $x(t) = 3 \sin(\theta + \delta) = 3 \sin(0.8t + 0.5)$
 $\theta + \delta = 0.8t + 0.5 \Leftrightarrow \omega_0 t + \delta$
 $\omega_0 = 0.8 \text{ rad/s}, \quad \delta = 0.5 \text{ rad}$

$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \delta)$ の時間微分。

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt} A \sin(\omega_0 t + \delta) = A \omega_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \delta) \\ &= -\omega_0^2 A \sin(\omega_0 t + \delta) = -\omega_0^2 x(t) \end{aligned}$$

質量 m の物体が
 $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \delta)$
 のように運動しているとき、加速度は

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -\omega_0^2 x(t) \quad \text{となる。}$$

従って、(質量) $\times$ (加速度) = (力) $\equiv f$
 から、次の運動方程式を得る。

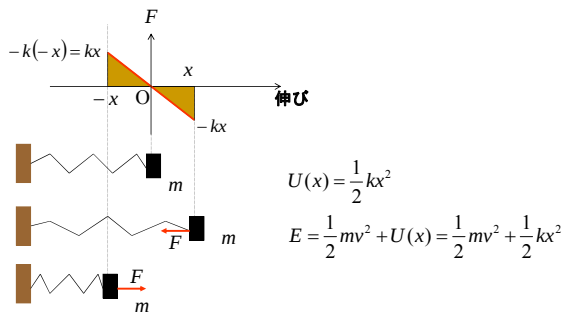
$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -m \omega_0^2 x(t) \equiv -kx(t) = f$$

フックの法則 $f = -kx$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

ここで $\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$

調和振動： バネ振り子



(2) 単振り子

$$x = l \cdot \sin \theta$$

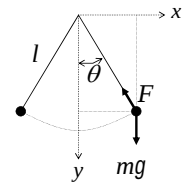
x方向の運動方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F \sin \theta$$

$$y = l \cdot \cos \theta$$

y方向の運動方程式

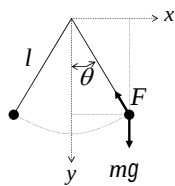
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - F \cos \theta$$



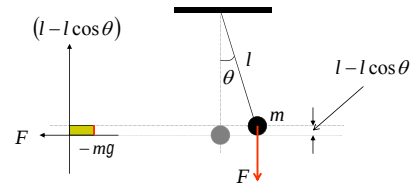
$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F \sin \theta & (1) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - F \cos \theta & (2) \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \cong -mg \theta \\ F = ml \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + mg \end{cases}$$



単振り子の力学的エネルギー



$$U(x) = mg \cdot (l - l \cos \theta)$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + mg \cdot (l - l \cos \theta)$$

<問題6>

1. $\theta = \theta_0 \sin \left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t + \alpha \right)$ は

$ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \theta$ を満足することを示せ。