

基礎物理学

担当 小野正利
onomasat@hoku-iryo-u.ac.jp

第4回(2)

教科書

(1)「基礎物理学」

(2) <http://www.hoku-iryo-u.ac.jp/~onomasat/>

次回(6月19日)の5～10分間テスト範囲
(黒板に示します)



基礎物理学 問題 第4-1回

問題1 位置 が時間 の関数で与えられているとき

の速度 $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$ の計算。

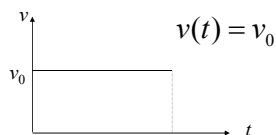
(1) $x(t) = 3t$ 答 $\frac{dx(t)}{dt} = 3$

(2) $x(t) = 5t^2$ 答 $\frac{dx(t)}{dt} = 10t$

(3) $x(t) = 2t^3$ 答 $\frac{dx(t)}{dt} = 6t^2$

(4) $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$ 答 $\frac{dx(t)}{dt} = v_0 + gt$

(3)速度一定の運動(等速度運動)



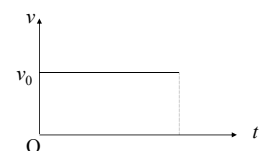
$$v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{x(t) - x(0)}{t - 0} = \frac{x(t) - x(0)}{t}$$

この式から $\Delta x = x(t) - x(0) = v_0 \Delta t = v_0 t$

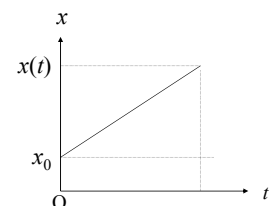
$$x(t) = x(0) + v_0 t = x_0 + v_0 t$$

ただし, $x(0) \equiv x_0$

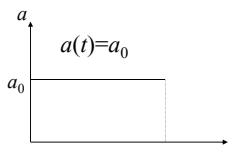
$$v(t) = v_0$$



$$x(t) = x_0 + v_0 t$$



(4) 加速度一定の運動(等加速度運動)



$$a(t) = a_0$$

$$v_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \frac{v(t) - v(0)}{t - 0} = \frac{v(t) - v(0)}{t}$$

この式から $\Delta v = v(t) - v(0) = a_0 \Delta t = a_0 t$

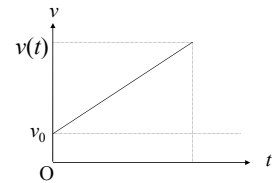
$$v(t) = v(0) + a_0 t = v_0 + a_0 t$$

ただし, $v(0) \equiv v_0$

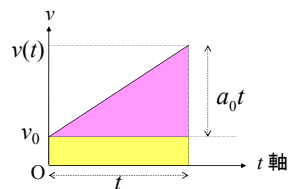
$$a(t) = a_0$$



$$v(t) = v_0 + a_0 t$$



$$v(t) = v_0 + a_0 t$$

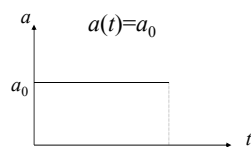


$$x(t) - x(0) = (\text{黄色の面積}) + (\text{ピンクの面積})$$

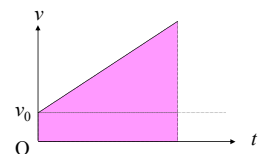
$$= v_0 \times t + \frac{1}{2} a_0 t \times t$$

よって, $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$ ただし, $x(0) \equiv x_0$

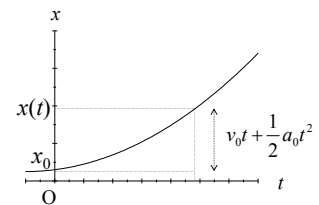
$$a(t) = a_0$$



$$v(t) = v_0 + a_0 t$$



$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$



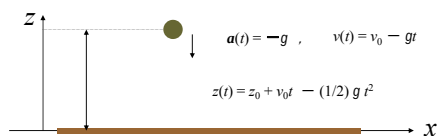
一様な重力場の中の運動(落下運動)

鉛直上方を z 方向とする

加速度が $a(t) = -g$ となる
(g は重力加速度の大きさ)

従って, 速度: $v(t) = v_0 - gt$

位置: $z(t) = z_0 + v_0 t - (1/2) g t^2$

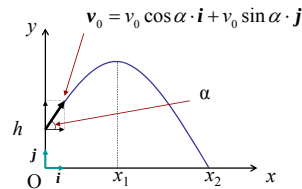




(5) 放物運動

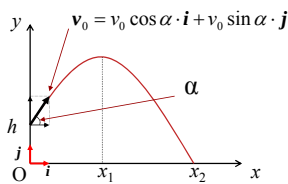
$$x \text{ 方向: } x(t) = (v_0 \cos \alpha) \cdot t$$

$$y \text{ 方向: } y(t) = h + (v_0 \sin \alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$



<問題4>

3. 身長 $h=180 \text{ cm}$ の人が、水平と角 $\alpha=30^\circ$ をなす方向に、ボールを速さ $v_0=20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ で投げる。



(1) ボールが最高点に達するのは、投げてから何秒後か、空気の抵抗は無視して考えよ。

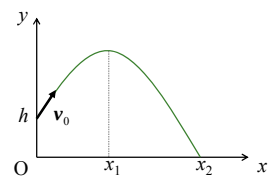
大事な点 →

x方向	等速度運動
y方向	等加速度運動

運動方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = f_x = 0$$

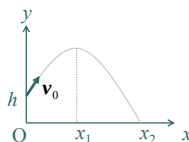
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = f_y = -mg$$



x方向	等速度運動
y方向	等加速度運動

$$x \text{ 方向 } \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$$

$$y \text{ 方向 } \frac{d^2 y}{dt^2} = -g$$

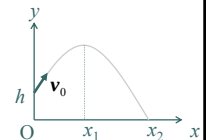


$$x \text{ 方向 } \frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \rightarrow \frac{dx}{dt} = (v_0 \cos \alpha)$$

$$y \text{ 方向 } \frac{d^2 y}{dt^2} = -g \rightarrow \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + (v_0 \sin \alpha)$$

$$x \text{ 方向 } \frac{dx}{dt} = (v_0 \cos \alpha)$$

$$y \text{ 方向 } \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + (v_0 \sin \alpha)$$

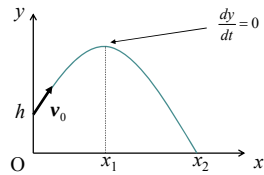


$$x \text{ 方向 } x = (v_0 \cos \alpha) \cdot t + x_0 = (v_0 \cos \alpha) \cdot t \quad [\text{何故なら } x_0 \equiv 0]$$

$$y \text{ 方向 } y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \sin \alpha) \cdot t + y_0 = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \sin \alpha) \cdot t + h \quad [\text{何故なら } y_0 \equiv h]$$

最高点では y 方向の
速度成分がゼロ

$$\frac{dy}{dt} = -gt + (v_0 \sin \alpha) = 0$$



$$\therefore t = \frac{(v_0 \sin \alpha)}{g} = \frac{(20 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ)}{9.8 \text{ m/s}^2} = \frac{10}{9.8} \text{ s} \approx 1.02 \text{ s (秒)}$$

(2) ボールが地上に落ちる点は、投げた点から
どれだけ離れているか。

ボールの位置 (x, y) は次のようになる。

$$x \text{ の位置 : } x = (v_0 \cos \alpha) \cdot t$$

$$y \text{ の位置 : } y = -\frac{g}{2} t^2 + (v_0 \sin \alpha) \cdot t + h$$

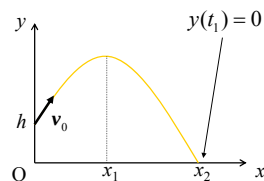
ボールが地上に落ちる位置は $y = 0$ である。
この時の時刻を t_2 とする。

$$y(t_1) = -\frac{9.8}{2} t_1^2 + 10 t_1 + 1.8 = 0$$

補足

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



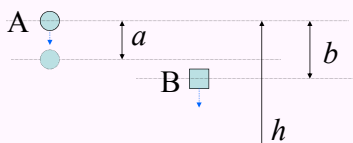
$$\begin{aligned} y &= -\frac{9.8}{2} t_1^2 + 10 t_1 + 1.8 = 0 \\ t_1 &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-4.9) \cdot 1.8}}{2 \cdot (-4.9)} \\ &= \frac{-10 \pm \sqrt{135.28}}{-9.8} \approx \frac{10 \mp 11.63}{9.8} \\ &\approx \begin{cases} -0.166 \text{ s} \\ 2.207 \text{ s} \end{cases} \end{aligned}$$

落下地点の位置 x_2 は次のように計算できる。

$$x_2 = (v_0 \cos \alpha) \cdot t_1 = (20 \cos 30^\circ \text{ m/s}) \times 2.207 \text{ s}$$

<問題4>

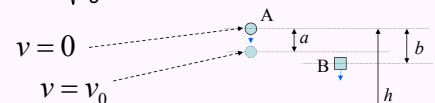
6. 物体 A が高さ h [m] から落下する。 a [m]
落下したとき、高さ $(h-b)$ [m] の高さから
物体 B が落下して、二つの物体 A, B が同
時に地上に達した。 h を求めよ。また、B が
落下するまでの時間 t を求めよ。



物体 A が等加速度である重力加速度 g [m/s²] で落
下を開始して、 a [m] 落下するまでにかかった時間を
 t_0 [s] とする。また、そのときの速さを v_0 [m/s] とする。
これらの間には次の関係がある。

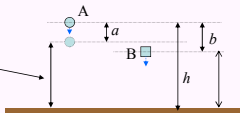
$$a = \frac{1}{2} g t_0^2 \rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2a}{g}}$$

$$v_0 = g \cdot t_0 = g \cdot \sqrt{\frac{2a}{g}} = \sqrt{2ag}$$

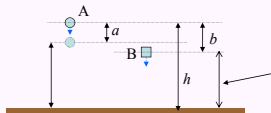


物体 A が a [m] 落下直後から地上に衝突するまでの時間が求める t [s] であることに注意する。

＜物体 A が地上に衝突する迄の関係式＞

$$h - a = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$


＜物体 B が地上に衝突する迄の関係式＞



$$h - b = \frac{1}{2}gt^2$$

$$h - a = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \quad \text{と} \quad h - b = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{とから,}$$

$b - a = v_0t$ が得られる。

$$\therefore t = \frac{b - a}{v_0} = \frac{b - a}{\sqrt{2ga}} \quad \left[\text{ここで, } v_0 = \sqrt{2ga} \right]$$

答
$$h = b + \frac{1}{2}gt^2 = b + \frac{(b - a)^2}{4a} = \frac{(b + a)^2}{4a}$$



2. 摩擦と束縛運動

摩擦の法則

＜動摩擦＞

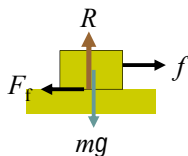
- ・ 動摩擦力 F_f
- ・ 垂直抗力 R ,
- ・ 動摩擦係数 μ_k

$$F_f = \mu_k R$$

＜静摩擦＞

- ・ 静摩擦力 F_f
- ・ 垂直抗力 R ,
- ・ 静摩擦係数 μ_s

$$F_f \leq \mu_s R$$



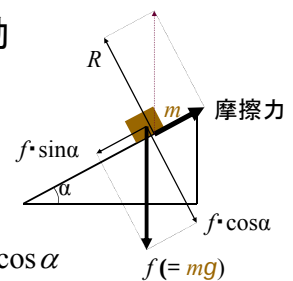
3. 斜面上の運動

物体 m が滑らないための条件

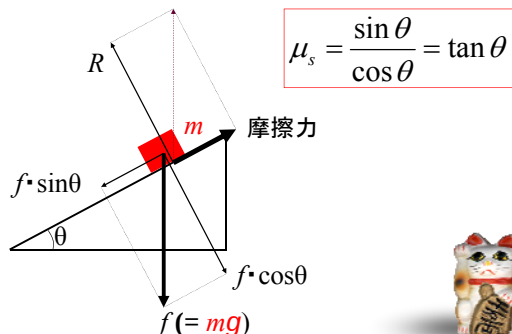
$$f \sin \alpha \leq \mu_s \cdot R$$

$$f \sin \alpha \leq \mu_s \cdot f \cos \alpha$$

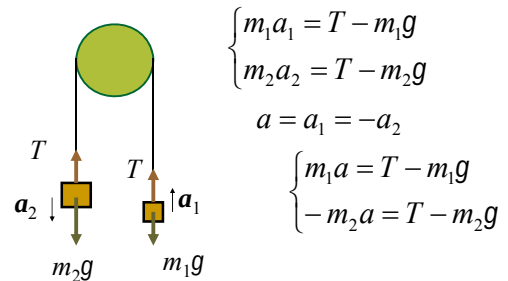
$$\mu_s \geq \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$



α を大きくしていったとき、物体 m が滑り始めるときの角度を 摩擦角 (θ) という。

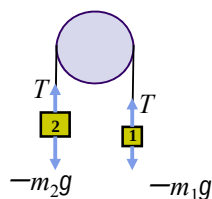


4. Atwoodの機械

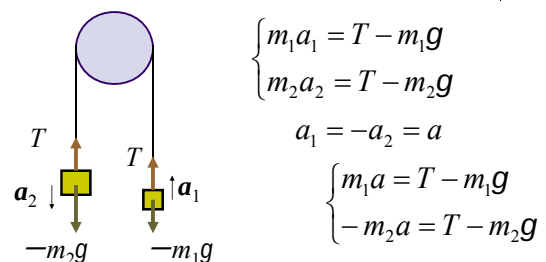


<問題4>

4. 滑らかな滑車にひもをかけて、両側に m_1, m_2 のおもりをつるした装置をアトウッドの機械という。



(1) ひもの張力を T として、それぞれのおもりの運動方程式を書け。



(2) 上の二つの式から T を消去して、おもりが動く加速度を求めよ。

$$\begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \\ -m_2 a = T - m_2 g \end{cases} \rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$$

(3) 張力 T を求めよ。

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

<問題4>

5. 力が作用していない時の長さ(自然の長さ)が同じ l [m] で、ばね定数 k_1, k_2 の二つのばねを並列および直列につなぐことを考える。それぞれの場合に同じ質量 m [kg] を持つ物体をつるした。自然の長さからの伸びを求めよ。

