

基礎物理学

担当 小野正利
onomasat@hoku-iryo-u.ac.jp

第4回(1)

教科書

(1)「基礎物理学」

(2) <http://www.hoku-iryo-u.ac.jp/~onomasat/>



7分間テスト



(4) 物体の平衡(静止の状態)

平衡の条件(静止の条件)

○ 大きさのある物体の場合

(イ) 全ての外力のベクトル和がゼロ

(ロ) 任意の位置の周りのトルクの和がゼロ。

(イ) 全ての外力のベクトル和がゼロ



(ロ) 任意の位置の周りの
トルク(力のモーメント)の和がゼロ。

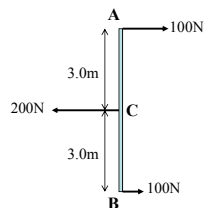
力のモーメントがゼロ



回転が起こらない

基礎物理学 問題 第3回

問題5 紙面の手前から裏側を回転の正の方向とする。右の図の場合について、A点の回りのモーメントを求めよ。



A点の回りの力のモーメント

$$= 3\text{m} \times 200\text{N} - 6\text{m} \times 100\text{N} = 0 \text{ m} \cdot \text{N}$$

(参考) B点の回りの力のモーメント

$$= 6\text{m} \times 100\text{N} - 3\text{m} \times 200\text{N} = 0 \text{ m} \cdot \text{N}$$

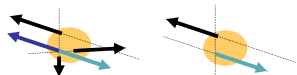
力のモーメントがゼロでない



回転が始まる



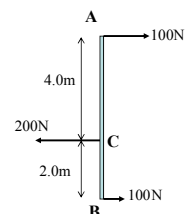
遠くから見ると
力の和がゼロ
↓
移動しない



しかし、回転する

基礎物理学 問題 第3回

問題6 紙面の手前から裏側を回転の正の方向とする。右の図の場合について、A点の回りのモーメントを求めよ。



A点の回りの力のモーメント

$$= 4\text{m} \times 200\text{N} - 6\text{m} \times 100\text{N} = 200 \text{ m} \cdot \text{N}$$

(参考) B点の回りの力のモーメント

$$= 6\text{m} \times 100\text{N} - 2\text{m} \times 200\text{N} = 200 \text{ m} \cdot \text{N}$$



(5)運動の第2法則

運動量 mv が時間によって変化する割合は、その物体に働く力 f に比例し、その力の方向に生じる。(注: v は速度)

$$ma = f$$

一様な重力場の中の運動 $f = mg$

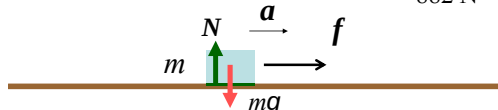
注目: 力の単位 $\text{N} \rightarrow \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$

基礎物理学 問題 第3回

問題1 30 kg の物体を $3g$ の加速度で水平に移動させる時の力は何 N か。ここで g は重力加速度 ($g \equiv 9.8 \text{ m/s}^2$) を表す。

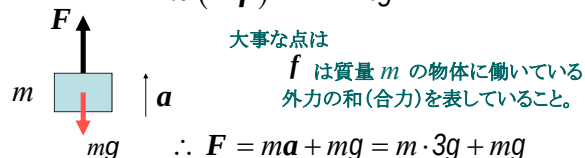
ただし、物体は滑らかで水平な台の上に載っているものとする。

$$ma = f \quad f = ma = 30 \text{ kg} \cdot 3g \\ = 30 \text{ kg} \times 3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 882 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \\ = 882 \text{ N}$$



問題2 30 kg の物体を $3g$ の加速度で鉛直上方に持ち上げるのに必要な力 F は何Nか。ここで g は重力加速度 ($g \equiv 9.8 \text{ m/s}^2$) を表す。

$$ma (= f) = F - mg$$



$$\therefore F = ma + mg = m \cdot 3g + mg \\ = 4mg = 4 \times 30 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \\ = 1176 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 1176 \text{ N}$$



◎ 運動の例と演習

1. 放物運動

(1) 直線運動の速度

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{dx}{dt}$$

(2) 直線運動の加速度

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{dv}{dt}$$

<問題4>

1. 速度と位置が時間の関数として次のように与えられている。

$$x(t) = x_0 + v_0 t + (1/2)gt^2$$

$$v(t) = v_0 + gt$$

(1) $x(t)$ を次の式に従って計算して $v(t)$ を導く。

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \\ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\left(x_0 + v_0 \cdot (t + \Delta t) + \frac{1}{2}g \cdot (t + \Delta t)^2 \right) - \left(x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \right)}{\Delta t} \\ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}g \cdot (2\Delta t \cdot t + (\Delta t)^2)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(v_0 + \frac{1}{2}g \cdot (2t + \Delta t) \right) \\ = v_0 + gt$$

(2) $v(t)$ を次の式に従って計算して加速度 $a(t)$ を導く。

$$v(t) = v_0 + gt$$

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{dv(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(v_0 + g \cdot (t + \Delta t)) - (v_0 + gt)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{g \cdot \Delta t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} g = g \end{aligned}$$

<問題4>

2. 次の関数を時間 t で微分せよ。

(1) $2x^2$

$$\frac{d(2x^2)}{dt} = \frac{d(2x^2)}{dx} \frac{dx}{dt} = 4x \frac{dx}{dt}$$

(2) $7xy$

$$\frac{d(7xy)}{dt} = 7 \frac{dx}{dt} y + 7x \frac{dy}{dt}$$

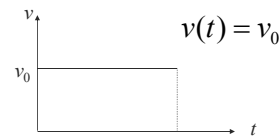
(3) $6x^2yz^3$

$$\begin{aligned} \frac{d(6x^2yz^3)}{dt} &= 6 \frac{dx^2}{dt} yz^3 + 6x^2 \frac{dy}{dt} z^3 + 6x^2 y \frac{dz^3}{dt} \\ &= 6 \frac{dx^2}{dx} \frac{dx}{dt} yz^3 + 6x^2 \frac{dy}{dt} z^3 + 6x^2 y \frac{dz^3}{dz} \frac{dz}{dt} \\ &= 12x \frac{dx}{dt} yz^3 + 6x^2 \frac{dy}{dt} z^3 + 18x^2 yz^2 \frac{dz}{dt} \end{aligned}$$

(4) $5t^2$

$$\frac{d(5t^2)}{dt} = 5 \frac{dt^2}{dt} = 10t$$

(3) 速度一定の運動(等速度運動)



$$v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{x(t) - x(0)}{t - 0} = \frac{x(t) - x(0)}{t}$$

この式から $\Delta x = x(t) - x(0) = v_0 \Delta t = v_0 t$

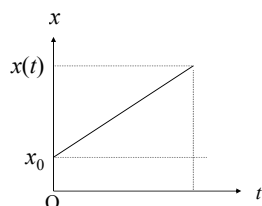
$$x(t) = x(0) + v_0 t = x_0 + v_0 t$$

ただし, $x(0) \equiv x_0$

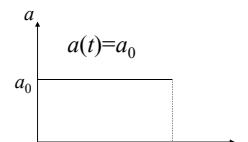
$$v(t) = v_0$$



$$x(t) = x_0 + v_0 t$$



(4) 加速度一定の運動(等加速度運動)

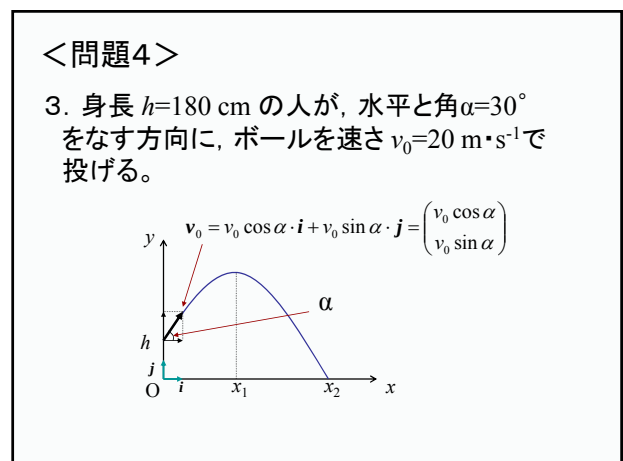
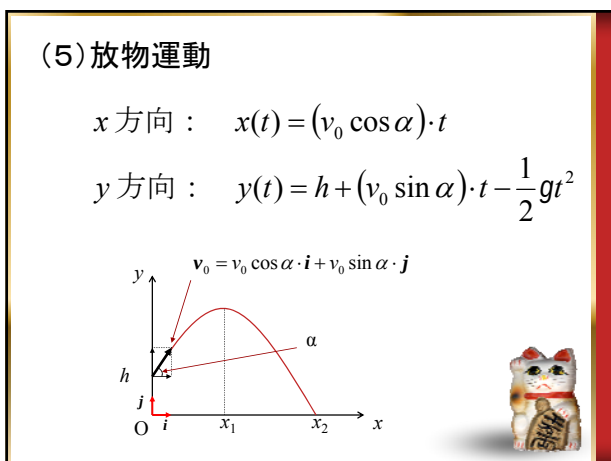
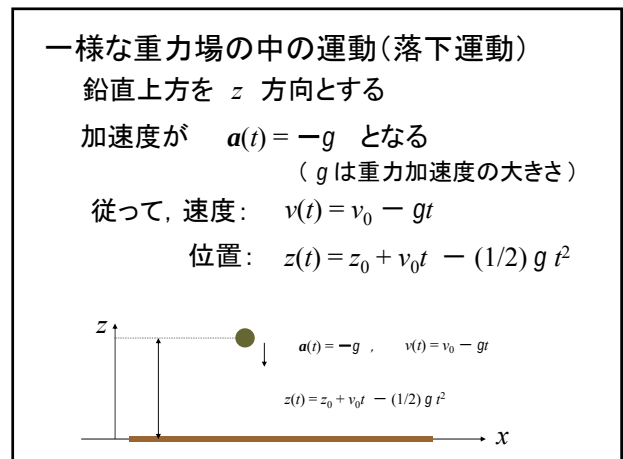
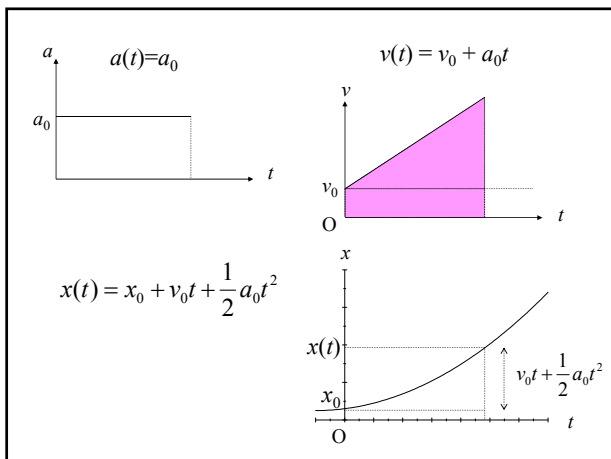
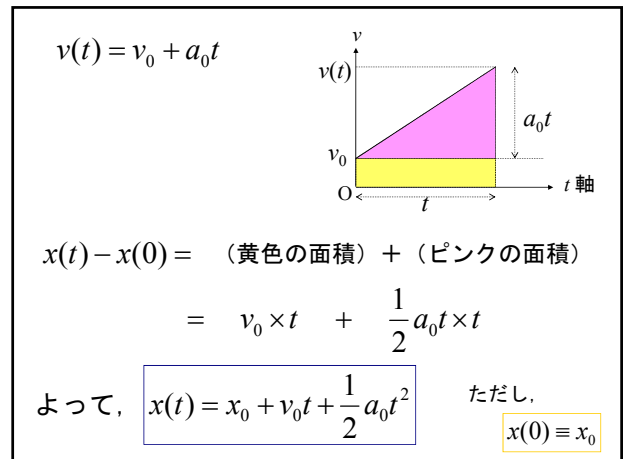
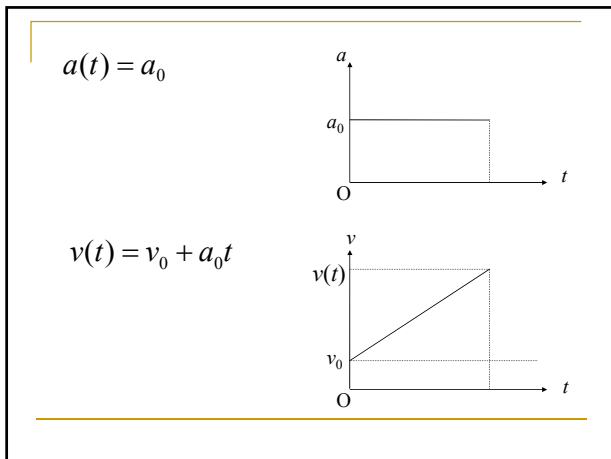


$$v_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \frac{v(t) - v(0)}{t - 0} = \frac{v(t) - v(0)}{t}$$

この式から $\Delta v = v(t) - v(0) = a_0 \Delta t = a_0 t$

$$v(t) = v(0) + a_0 t = v_0 + a_0 t$$

ただし, $v(0) \equiv v_0$

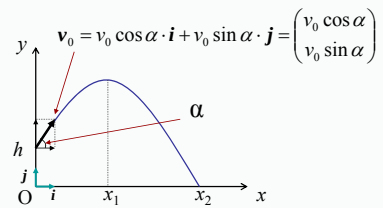
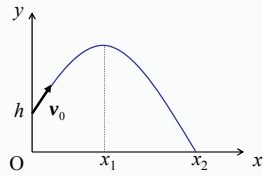


(1) ボールが最高点に達するのは、投げてから何秒後か、空気の抵抗は無視して考えよ。

運動方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$$

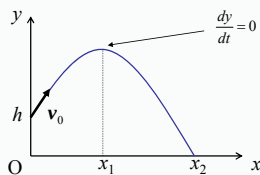
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg$$



$$x \text{ 方向 } \frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \rightarrow \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha$$

$$y \text{ 方向 } \frac{d^2 y}{dt^2} = -g \rightarrow \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha$$

最高点では y 方向の速度成分がゼロ



$$\frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha = 0$$

$$\therefore t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{20 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ}{9.8 \text{ m/s}^2} = \frac{10}{9.8} \text{ s} \approx 1.02 \text{ s (秒)}$$

(2) ボールが地上に落ちる点は、投げた点からどれだけ離れているか。

ボールの位置 (x, y) は次のようになる。

$$x \text{ の位置 : } x = (v_0 \cos \alpha) \cdot t$$

$$y \text{ の位置 : } y = -\frac{g}{2} t^2 + (v_0 \sin \alpha) \cdot t + h$$

ボールが地上に落ちる位置は $y = 0$ である。
この時の時刻を t_1 とする。

$$y = -\frac{g}{2} t^2 + (v_0 \sin \alpha) t + y_0 = -\frac{9.8}{2} t_1^2 + 10 t_1 + 1.8 = 0$$

$$t_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-4.9) \cdot 1.8}}{2 \cdot (-4.9)}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{135.28}}{-9.8} \approx \frac{10 \mp 11.63}{9.8}$$

$$\approx \begin{cases} -0.166 \text{ s} \\ 2.207 \text{ s} \end{cases}$$

補足

$$at^2 + bt + c = 0$$

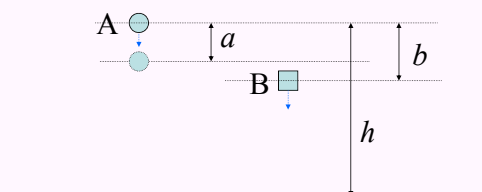
$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

落下地点の位置 x_2 は次のように求まる。

$$\therefore x_2 \approx 2.207 \text{ s} \times 20 \cos 30^\circ \text{ m/s} \approx 38.226 \text{ m}$$

<問題4>

6. 物体 A が高さ h [m] から落下する。 a [m] 落下したとき、高さ $(h - b)$ [m] の高さから物体 B が落下して、二つの物体 A, B が同時に地上に達した。 h を求めよ。また、B が落下するまでの時間 t を求めよ。



物体 A が高さ h [m] から落下を開始して、 a [m] 落下するまでにかかった時間を t_0 とし、そのときの速度を v_0 とする。これらの間には次の関係がある。

$$a = \frac{1}{2}gt_0^2 \rightarrow v_0 = gt_0 = g\sqrt{\frac{2a}{g}} = \sqrt{2ag}$$

物体 A が a [m] 落下直後から地上に衝突するまでの時間が求める t であることに注意する。

<物体 A が地上に衝突する迄の関係式>

$$h - a = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

<物体 B が地上に衝突する迄の関係式>

$$h - b = \frac{1}{2}gt^2$$

$$h - a = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \quad \text{と} \quad h - b = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{とから,}$$

$$b - a = v_0t \rightarrow t = \frac{b - a}{v_0} = \frac{b - a}{\sqrt{2ga}} \quad \text{を得る。}$$

答
$$h = b + \frac{1}{2}gt^2 = b + \frac{(b - a)^2}{4a}$$