

生体力学

第6回

2010年 10月28日(木)



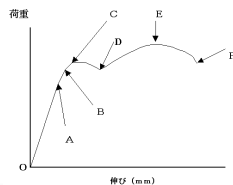
◎ 材料の変形(2)

1. 弾性と塑性

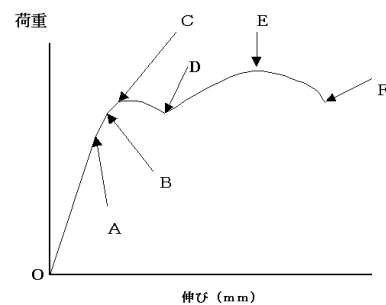
(1) 応力と歪みの関係

A. 荷重変形図 (load deformation diagram)

[軟鋼における荷重変形図]



[軟鋼における荷重変形図]

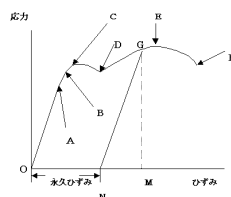


B. 応力ひずみ図 (stress-strain diagram)

フックの法則(Hook's law)

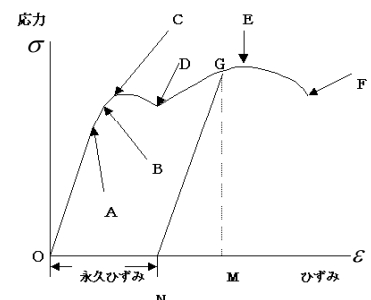
「比例限度内では, 応力とひずみは
正比例する」

[軟鋼における
応力ひずみ図]

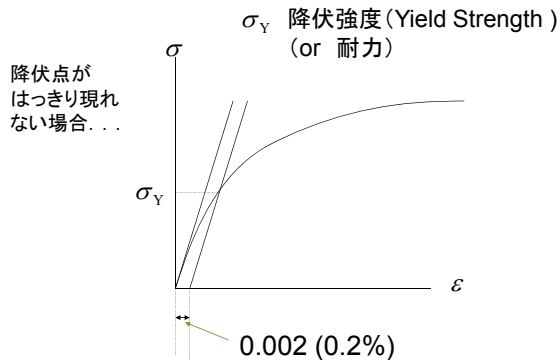


応力ひずみ図 [軟鋼における応力ひずみ図]

B 弾性限度(e)
A 比例限度(p)
C 降伏点(y)
E 引っ張り強さ
極限強さ
F 破断点(r)



オフセット法



(2) 塑性(plasticity)変形

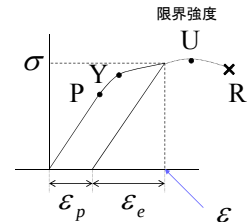
- 弾性限界を超える応力の場合の金属や合金などのひずみ

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$

ε_p 塑性ひずみ

ε_e 弾性ひずみ

U 点近傍からは「くびれ」が現れる。

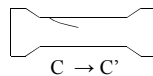


○ 軟鋼の塑性変形と加工硬化

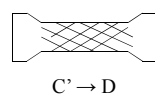
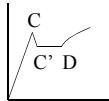
鋼: Fe-C系合金でCが2%重量濃度以下のもの

ひずみ模様(リュウダース帯) : フライ液で処理

リュウダース帯が最初に形成される点(C)が上降伏点



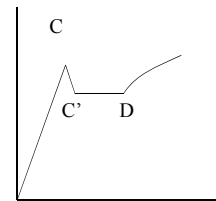
リュウダース帯が広がって行く間(C'D)が下降伏領域



加工硬化 (結晶中の転位の増加が原因)

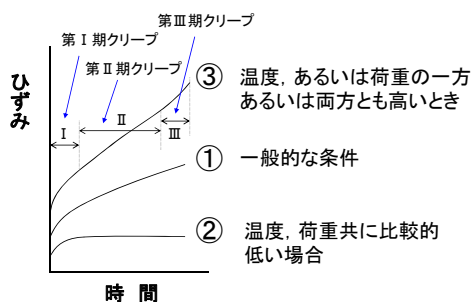
D 点から先は荷重を増してゆくとひずみが増す。(応力も増大。)

加工によって硬くなったので加工硬化という。



○ クリープ (creep)

一定荷重, 一定温度の場合, 時間と共に変形が増す現象



クリープの定量的な取り扱い

ある一定時間後に, ある一定の最大許容ひずみとなるとき応力を「クリープ限度」と呼ぶ。

例えば, 10,000 時間に 1 % のクリープひずみを生ずる応力としてクリープ限度が定義される。

クリープ限度の例 (kgf/cm²)

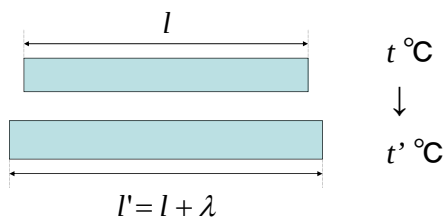
材料	482℃	538℃	593℃	649℃	704℃	760℃
9Cr-1.5Mo 鋼	2340	819	489	162		
16Cr 鉄	—	598	352	155	84	56



2. 熱応力

物体内に温度の不均一部分があると、
局所的な膨張と収縮が生じる。
これに伴って応力が発生する。

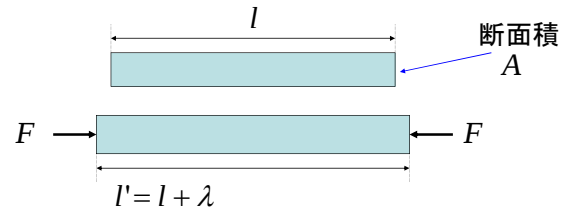
材料の線膨張



$$\frac{l' - l}{l} = \frac{\lambda}{l} = \alpha(t' - t)$$

α : 線膨張係数

温度変化に伴うひずみを元に戻す荷重 F

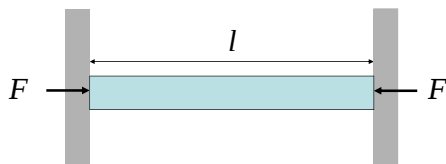


$$E\varepsilon = E\left(\frac{l' - l}{l}\right) = E\frac{\lambda}{l} = \sigma = \frac{F}{A}$$

$$\therefore F = E\varepsilon \cdot A = E\frac{\lambda}{l} A$$

E : ヤング率

加熱に伴う熱応力の計算



熱応力 $\sigma = \frac{F}{A} = E\frac{l' - l}{l} = E\frac{\lambda}{l} = E\alpha(t' - t)$

E : ヤング率



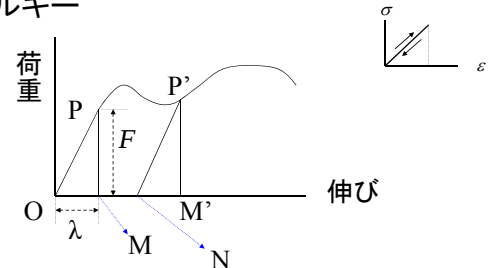
3. ひずみエネルギー

弾性エネルギー

A 材料の弾性変形と内部に蓄えられるエネルギー

弾性限度内の変形の場合は、荷重を取り去ると材料内部に蓄えられたエネルギーは全て放出されると考えることができる。

変形に伴って、内部に蓄えられる弾性エネルギー

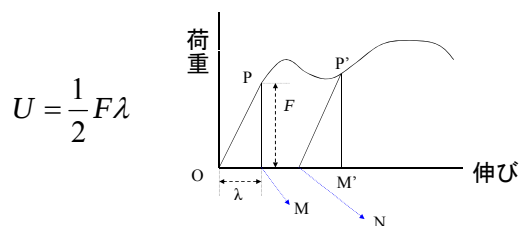


$$\text{仕事} = \triangle OPM \text{ の面積} = F\lambda \div 2 \text{ [kgw} \cdot \text{cm]}$$

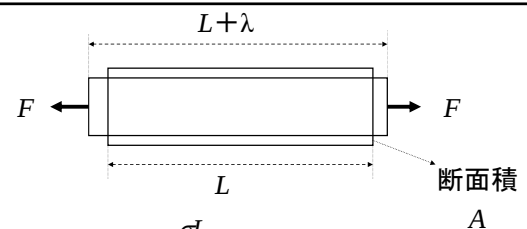
問題 弾性ひずみエネルギーと塑性ひずみエネルギーの違い？

B 弾性エネルギーの計算

なされた仕事と材料に蓄えられた弾性エネルギー U は等しい。



$$U = \frac{1}{2} F\lambda$$



$$F = \sigma A, \quad \lambda = \frac{\sigma L}{E}$$

$$U = \frac{1}{2} F\lambda = \frac{1}{2} \sigma A \frac{\sigma L}{E} = \frac{\sigma^2}{2E} AL = uAL = uV$$

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

$V (=AL)$ は材料の体積

単位体積あたりのエネルギー：

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (\text{kgw} \cdot \text{cm/cm}^3)。$$

σ が弾性限度の時、
 u を最大弾性エネルギーと言う。

最大弾性エネルギーの大きい材料は、容易に破壊せず多くのエネルギーを吸収する。

弾性限度が高い材料や
縦弾性係数(ヤング率)の小さい材料は
↓
最大弾性エネルギーが大きくなる。

$$\therefore u = \frac{\sigma^2}{2E}$$

例

軟鋼の単位体積当たりの最大弾性エネルギー 0.952 kgw・cm/cm³

ゴムの単位体積当たりの最大弾性エネルギー 3,200 kgw・cm/cm³

参考：「材料力学と材料試験」

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}$$

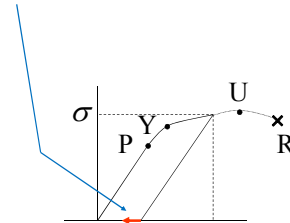
軟鋼の単位体積当たりの最大弾性エネルギー
0.952 kgw・cm/cm³

ゴムの単位体積当たりの最大弾性エネルギー
3,200 kgw・cm/cm³

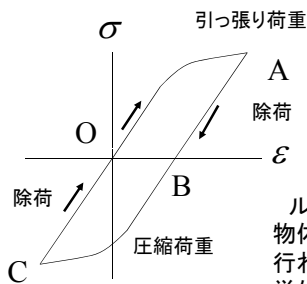
軟鋼の縦弾性係数	2.1 × 10 ⁶ kgf/cm ²
ゴムの縦弾性係数	1 kgf/cm ²
軟鋼の弾性限度	2000 kgf/cm ²
ゴムの弾性限度	80 kgf/cm ²

4 弾性余効

荷重を取り除いた後、時間と共にひずみの減少する現象 → 弾性余効



5. ヒステリシスループ



ループで囲まれる面積は物体の変形を起こすために
行われた仕事のうち、
単位体積当たり、熱となって
発散されるエネルギーを
表す。



<問題6>

- 径 4 cm の軟鋼棒の両端を 20 °C で壁に固定してから、温度を 60 °C にあげた。どんな熱応力がいくら発生しているか。また、棒の端面が壁に及ぼしている力 F はどれほどか。

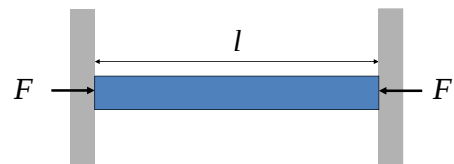
ここで、 $\alpha = 11.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$ とする。

(略解)

$$\sigma' = -E \frac{l'-l}{l} = -E \frac{\lambda}{l} = -E \alpha (t'-t) \cong -9.5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$F = A \cdot |\sigma'| \cong 1.19 \times 10^5 \text{ N}$$

<参考> 加熱に伴う熱応力の計算



熱応力

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \frac{l'-l}{l} = E \frac{\lambda}{l} = E \alpha (t'-t)$$

E : ヤング率

<問題6>

2. 径 2 cm, 長さ 120 cm のばね鋼に 10 t の引っ張り荷重がかかっている。弾性エネルギーはいくらか。
 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$ とする。

(略解)

$$U = Vu = V \frac{\sigma^2}{2E} \cong 89 \text{ N} \cdot \text{m} = 89 \text{ J}$$

<問題6>

3. ゴムの縦弾性係数を 1 kg/cm^2 ,
弾性限度を 80 kg/cm^2 とすると
最大弾性エネルギーはいくらになるか。

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad \text{に値を代入して求めよ。}$$

(略解)

$$\begin{aligned} u &= \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{80 \times 80}{2 \times 1} = 3200 \text{ kgw} \cdot \text{cm/cm}^3 \\ &= 3200 \times 9.8 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \\ &= 3.136 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

<問題6>

4. 軟鋼とゴムの最大弾性エネルギーを比較してみよ。

軟鋼の縦弾性係数: $2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$

ゴムの縦弾性係数: 1.0 kgw/cm^2

ゴムの弾性限度: 2000 kgw/cm^2

軟鋼の弾性限度: 80 kgw/cm^2

[略解]

軟鋼の単位体積当たりの最大弾性エネルギー

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{2000 \times 2000}{2 \times 2.1 \times 10^6} \cong 0.952 \text{ kgw} \cdot \text{cm/cm}^3$$

ゴムの単位体積当たりの最大弾性エネルギー

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{80 \times 80}{2 \times 1} = 3200 \text{ kgw} \cdot \text{cm/cm}^3$$