生 体 力 学

第3回

2010年 10月 7日（木）

問題1 次の場合の膝関節周りの合モーメントを求めよ。

（1）下脚が水平の場合。 $(\theta = 0^\circ)$

$$0.2\mathrm{m}\cdot\cos 0^\circ \times 50\mathrm{N} + 0.5\mathrm{m}\cdot\cos 0^\circ \times 100\mathrm{N} = 60\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

（2）下脚が水平に対して30度のとき。 $(\theta = 30^\circ)$

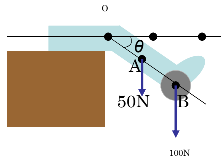
$$0.2\mathrm{m}\cdot\cos 30^\circ \times 50\mathrm{N} + 0.5\mathrm{m}\cdot\cos 30^\circ \times 100\mathrm{N} \cong 51.96\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

（3）下脚が水平に対して90度のとき。 $(\theta = 90^\circ)$

$$0.2\mathrm{m}\cdot\cos 90^\circ \times 50\mathrm{N} + 0.5\mathrm{m}\cdot\cos 90^\circ \times 100\mathrm{N} = 0\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$$

下脚の重量： 50N， 靴の重量： 100N，

OA間の距離： 20cm， OB間の距離： 50cm 。



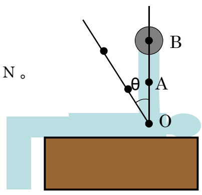
問題2 下図の肩関節Oの周りの合モーメントをθが次の角度の場合について計算せよ。0度，45度。

0度： $0.24\mathrm{m}\cdot\sin 0^\circ \times 50\mathrm{N} + 0.6\mathrm{m}\cdot\sin 0^\circ \times 300\mathrm{N} = 0\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$

45度： $0.24\mathrm{m}\cdot\sin 45^\circ \times 50\mathrm{N} + 0.6\mathrm{m}\cdot\sin 45^\circ \times 300\mathrm{N} \cong 135.76\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$

OA間： 24 cm， OB間： 60 cm，

腕の重量： 50 N， バーベルの総重量： 300 N 。



◎ 静力学（1）

1. 平衡の条件

運動方程式 $\quad \boldsymbol{F} = m\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$

回転の運動方程式

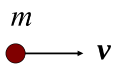
$$\boldsymbol{N} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

$\boldsymbol{L}$ ： 剛体の角運動量

$\boldsymbol{N}$ ： トルク

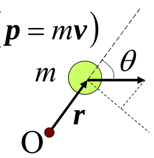
運動量 ：

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$$



質点の角運動量（定義）：

$(\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v})$

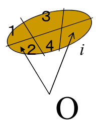


$$\boldsymbol{l} \equiv \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

$$|\boldsymbol{l}| = |\boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}| = r \cdot mv \cdot \sin\theta$$

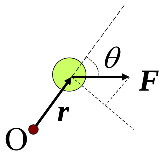
剛体の角運動量（定義）：

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1} \boldsymbol{l}_i \equiv \boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_2 + \cdots$$



トルク(定義):

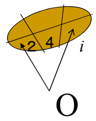
$$\boldsymbol{N} \equiv \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$



$$|N| = |\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}| = r \cdot F \cdot \sin\theta$$

剛体に働くトルク

$$\boldsymbol{N} = \sum_{i=1} \boldsymbol{N}_i \equiv \boldsymbol{N}_1 + \boldsymbol{N}_2 + \cdots$$



トルクと角運動量:

$$\boldsymbol{l}_1 = \boldsymbol{r}_1 \times m\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{p}_1$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{l}_1}{\mathrm{d}t} = \frac{d\boldsymbol{r}_1}{dt} \times m\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{r}_1 \times \frac{d(m\boldsymbol{v}_1)}{dt}$$

$$= \ 0 \ + \ \boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{F}_1 \quad \equiv \ \boldsymbol{N}_1$$

$$\boldsymbol{N} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

剛体の平衡(静止)

(1)並進平衡(並進運動に変化が無いとき)

$$\boldsymbol{F} = 0$$

剛体に2つ以上の力が作用するときは、

$$\boldsymbol{F} = \sum_{j=1} \boldsymbol{F}_j \equiv \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots = 0$$

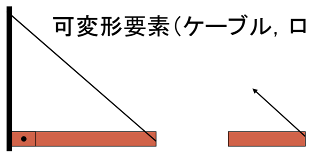
(2)回転平衡(回転に変化がないとき)

$$\boldsymbol{N} = 0$$

剛体に2つ以上のトルクが作用するとき

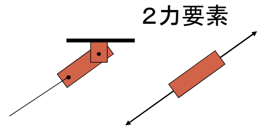
$$\boldsymbol{N} = \sum_{j=1} \boldsymbol{N}_j \equiv \boldsymbol{N}_1 + \boldsymbol{N}_2 + \cdots = 0$$

2. 単純支持構造



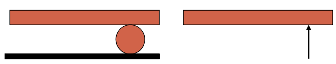
筋肉, じん帯

2力要素



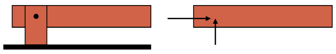
筋肉

ころなどの単純な支持要素(摩擦なし)



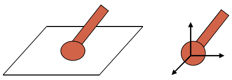
骨同士の接触

ちょうつがいやピンによる接続



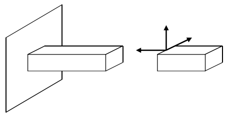
ひじ

球と軸受け



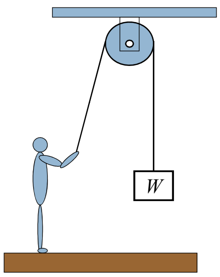
腰

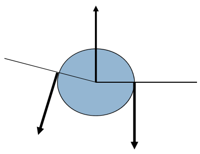
固定，溶接，作りつけ



頭蓋骨

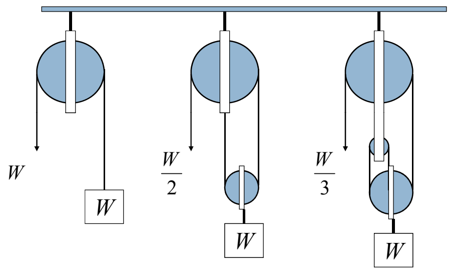
3．牽引装置





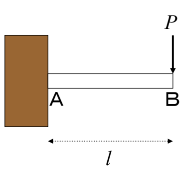
http://www.crane-club.com/study/dynamics/sheave.html

例題

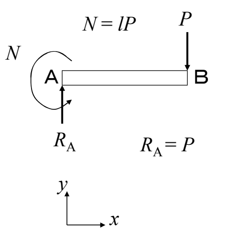


4．作り付けの構造

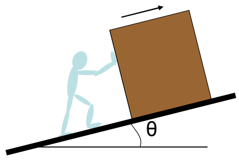
片持ちばり



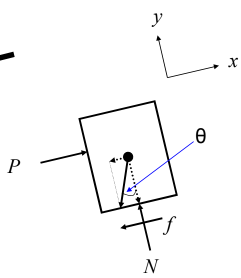
片持ちばりの力の釣り合い図
（自由体線図）



5．摩擦を含む系



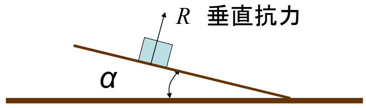
$f = \mu N$



自由体線図

静止摩擦

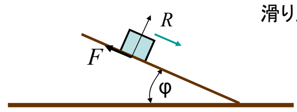
斜面上の物体が最初静止しているときを考える。
少しずつ斜面の角度αを大きくして行く。
α がある角度 θ になったとき滑り始める。
この時の角度 θ を摩擦角という。



滑る直前の摩擦力 $= \mu_s R$ 　　静止摩擦係数 μ_s

動摩擦

粗い斜面を滑り降りる物体（動摩擦係数 μ）



滑り摩擦力（動摩擦力）
$F = \mu \cdot R$

$\Phi > \theta$（摩擦角）

摩擦の法則　　アモントン(1699), クーロン(1781)

摩擦係数は次のものに依存しない,
① 垂直抗力 R ,　② 接触面の大小,
③ 滑り速度の大きさ

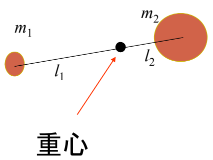
6. 重心（質量中心）

二つの物体（質点）を結ぶ線上で，この線分を質量に反比例して分割する点を重心あるいは質量中心という。

$$m_1 : m_2 = l_2 : l_1$$

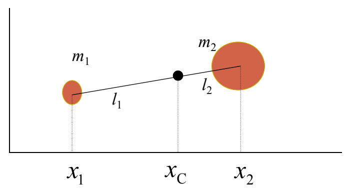
⇳

$$m_1 \cdot l_1 = m_2 \cdot l_2$$



質量中心（重心）の座標

$$m_1 : m_2 = l_2 : l_1$$



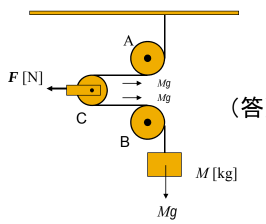
$$m_1 : m_2 = l_2 : l_1 = (x_2 - x_C) : (x_C - x_1)$$

が成り立つ。 よって，

$$\therefore \quad x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

＜問題3＞

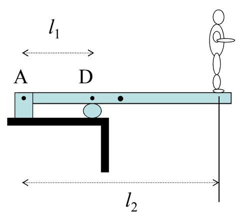
1. 片方の端を天井に止めた紐が、壁に固定した滑車Aと滑車B, および、水平方向に移動可能な滑車Cを通して M [kg重]の荷物をぶら下げている（下図）。滑車Cは力 F [N]で水平、左方向に引かれている。F の大きさを M で表しなさい。

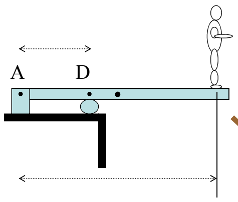


（答）　$F = Mg + Mg = 2Mg$ [N]

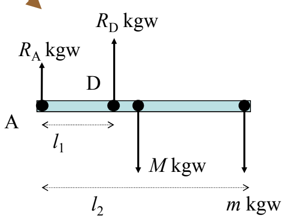
＜問題3＞

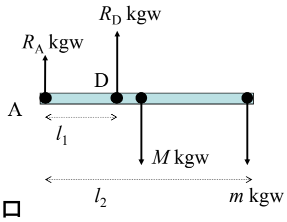
2. 図のように、体重 m kgw の人がプールに飛び込む準備をしている場合を考える。
飛び込み板の総重量が M kgw である。
A点とB点での板の反作用を求めなさい。





自由体線図を描く





上下方向の力の和がゼロ

$$M + m - R_A - R_D = 0$$

A 点のまわりのモーメントの和がゼロ

$$\frac{l_2}{2} \cdot M + l_2 \cdot m - l_1 \cdot R_D = 0$$

（答）

$$R_D = \frac{\frac{l_2}{2} \cdot M + l_2 \cdot m}{l_1} = \frac{l_2}{l_1}\left(\frac{M}{2} + m\right)$$

$$\begin{aligned} R_A &= M + m - R_D \\ &= \frac{1}{l_1}(l_1 \cdot M + l_1 \cdot m) - \frac{1}{l_1}\left(l_2 \cdot \frac{M}{2} + l_2 \cdot m\right) \\ &= -\frac{1}{l_1}\left[\left(\frac{l_2}{2} - l_1\right) \cdot M + (l_2 - l_1) \cdot m\right] \end{aligned}$$