

生体力学

第11回

2011年 1月13日(木)

◎ 材料の変形 (7)

1. せん断力図：集中荷重，分布荷重

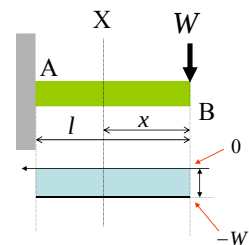
A 集中荷重を受ける片持ばり

せん断力(F)

AB 間のどの場所
でもせん断力は一定

$$F(x) = -W$$

例 $l = 200 \text{ cm}$, $W = 200 \text{ kgw}$



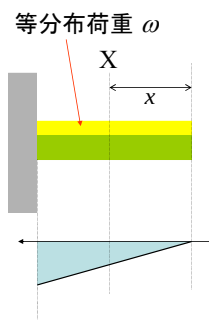
B 等分布荷重を受ける片持ばり

せん断力(F)

単位長さ当たりの荷重を
 ω で表す。

$$F(x) = -\omega \cdot x$$

例 $l = 200 \text{ cm}$, $\omega = 10 \text{ kgw/cm}$



C 集中荷重を受ける両端支持ばり

反力: R_A , R_B

$$W - R_A - R_B = 0$$

$$W \cdot a - R_B \cdot l = 0$$

せん断力(F)

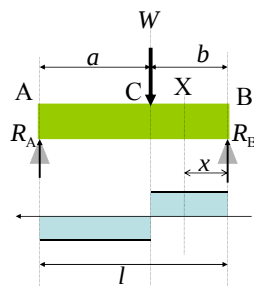
$$b > x \geq 0$$

$$F(x) = R_B$$

$$l \geq x > b$$

$$F(x) = R_B - W$$

例 $l = 200 \text{ cm}$, $W = 200 \text{ kgw}$
3点曲げ



D 等分布荷重を受ける両端支持ばり

反力: R_A , R_B

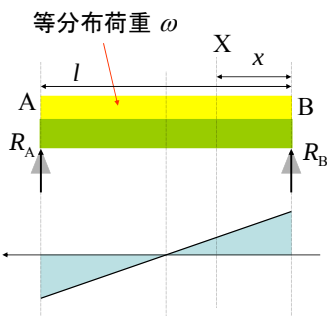
$$\omega \cdot l - R_A - R_B = 0$$

$$\frac{\omega \cdot l^2}{2} - R_B \cdot l = 0$$

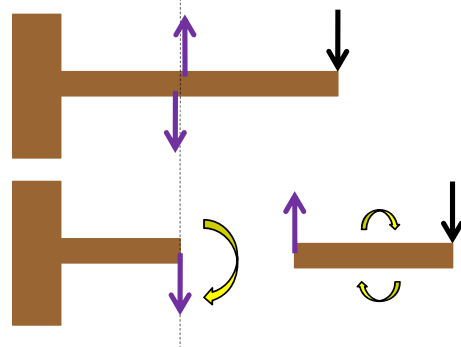
せん断力(F)

$$F(x) = R_B - \omega \cdot x$$

例 $l = 200 \text{ cm}$, $\omega = 10 \text{ kgw/cm}$



曲げモーメント

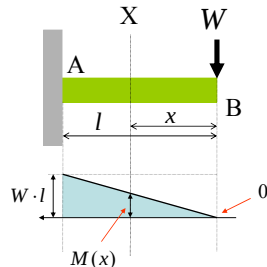


2. 曲げモーメント図：集中荷重，分布荷重

A 集中荷重を受ける片持ばり

曲げモーメント (M)

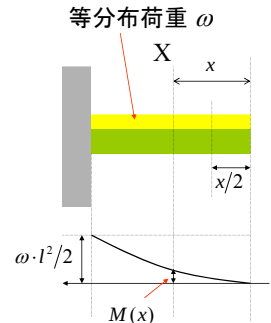
$$M(x) = Wx$$



B 等分布荷重を受ける片持ばり

曲げモーメント (M)

$$M(x) = \frac{\omega \cdot x^2}{2}$$



C 集中荷重を受ける両端支持ばり

反力: R_A, R_B

$$W - R_A - R_B = 0$$

$$W \cdot a - R_B \cdot l = 0$$

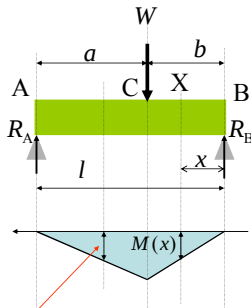
曲げモーメント (M)

$$b > x \geq 0$$

$$M(x) = -R_B \cdot x$$

$$l \geq x > b$$

$$M(x) = -R_B \cdot x + W(x - b) \\ = (W - R_B)x - Wb$$



D 等分布荷重を受ける両端支持ばり

反力: R_A, R_B

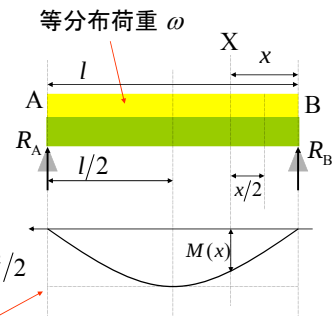
$$\omega \cdot l - R_A - R_B = 0$$

$$\frac{\omega \cdot l^2}{2} - R_B \cdot l = 0$$

曲げモーメント (M)

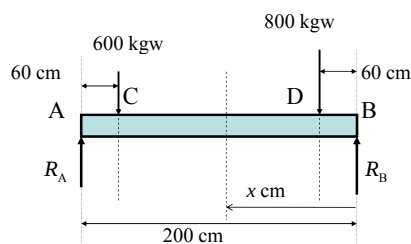
$$M(x) = -R_B \cdot x + \omega \cdot x^2 / 2$$

$$M_{\max} = \omega \cdot l^2 / 8$$



プリント：第11回

2. 次の図では，はりに集中荷重 (600kgw, 800kgw) がかかっている。せん断力図と曲げモーメント図を描け。また，最大曲げモーメントの大きさと位置を求めよ。

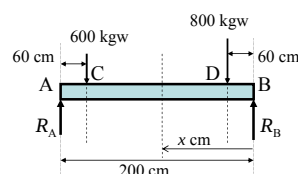


<略解> (式中の単位記載を省略)

(1) 反力の計算: R_A [kgw], R_B [kgw]

$$R_A + R_B - 600 - 800 = 0$$

$$-200 \times R_B + 140 \times 800 + 60 \times 600 = 0$$



$$R_A = 660 \text{ kgw}$$

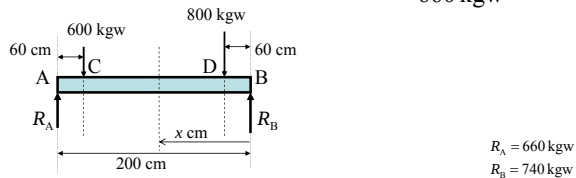
$$R_B = 740 \text{ kgw}$$

(2) せん断力図: F kgw

D-B間 $(60 > x > 0)$ $F(x) = R_B = 740 \text{ kgw}$

C-D間 $(140 > x > 60)$ $F(x) = R_B - 800 = -60 \text{ kgw}$

A-C間 $(200 > x > 140)$ $F(x) = R_B - 800 - 600$
 $= -660 \text{ kgw}$

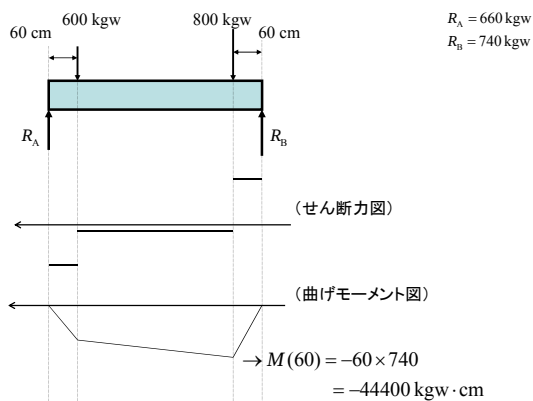


(3) 曲げモーメント図:

D-B間 $(60 > x > 0)$ $M(x) = -x \times R_B = -740x$

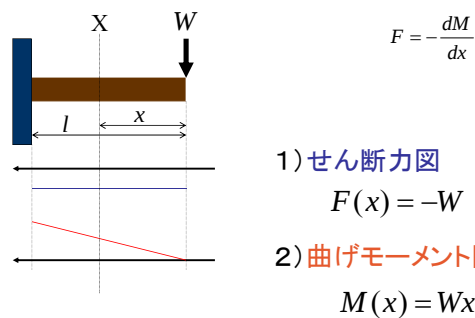
C-D間 $(140 > x > 60)$ $M(x) = -x \times R_B + (x - 60) \times 800$
 $= 60x - 48000$

A-C間 $(200 > x > 140)$
 $M(x) = -x \times R_B + (x - 60) \times 800 + (x - 140) \times 600$
 $= 660x - 132000$

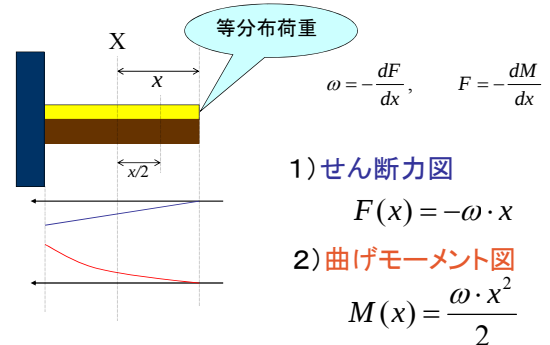


まとめ+補足

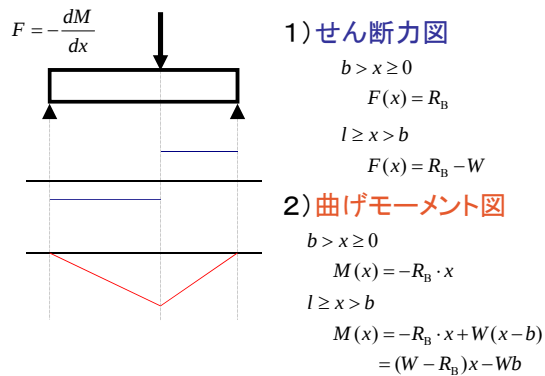
A 集中荷重を受ける片持ばり



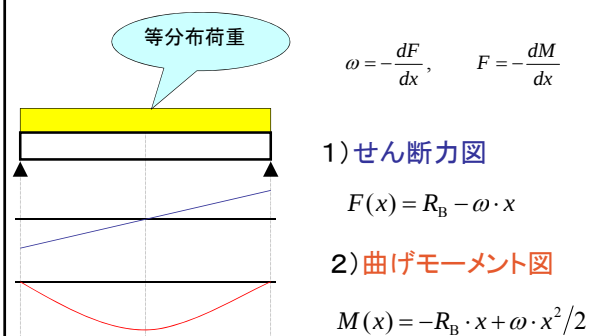
B 等分布荷重を受ける片持ばり



C 集中荷重を受ける両端支持ばり



D 等分布荷重を受ける両端支持ばり

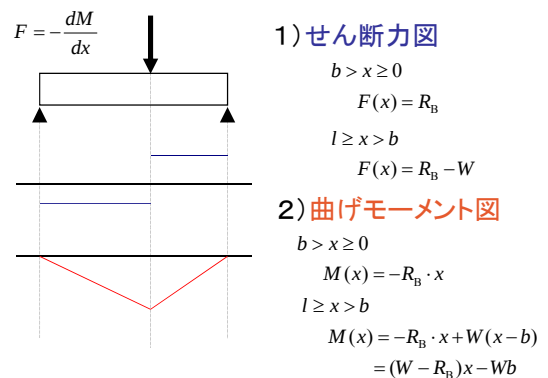


3. せん断力図と曲げモーメント図の関係

(1) 集中荷重を受ける両端支持ばり

最大曲げモーメントの起きている断面で、せん断力は負から正に変わる。

集中荷重を受ける両端支持ばり

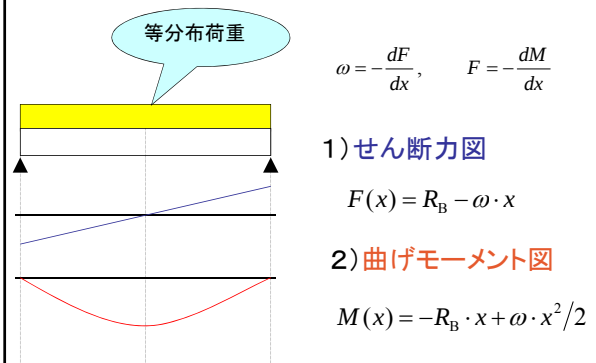


(2) 等分布荷重を受けているはり

最大曲げモーメントの起きている断面で、せん断応力はゼロである。

せん断力が負から正、あるいはゼロになる断面で曲げモーメントが最大になる。

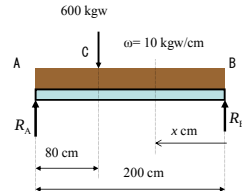
等分布荷重を受ける両端支持ばり



プリント： 第11回

1. 次の図では、はりに集中荷重(600kgw)と等分布荷重(10kgw/cm)がかかっている。

せん断力図と曲げモーメント図を描け。また、最大曲げモーメントの大きさと位置を求めよ。はりの断面の位置ははりの右端(Bの位置)からの距離を x [cm] とせよ。



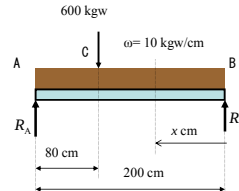
<略解> (式中の単位記載を省略)

$$\omega = 10 \text{ kgw/cm}$$

(1) 反力の計算: R_A [kgw], R_B [kgw]

$$R_A + R_B - 600 - 200 \cdot \omega = 0$$

$$-200 \times R_B + 80 \times 600 + \frac{200}{2} \times (200 \cdot \omega) = 0$$



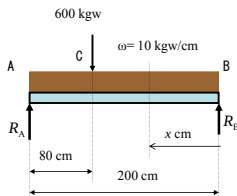
$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

(2) せん断力図: F kgw

$$\text{C-B間} \quad (120 > x > 0) \quad F(x) = R_B - \omega \cdot x = 1240 - 10x$$

$$\text{A-C間} \quad (200 > x > 120) \quad F(x) = R_B - \omega \cdot x - 600 = 640 - 10x$$



$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

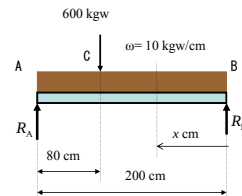
$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

(3) 曲げモーメント図:

$$\text{C-B間} \quad (120 > x > 0) \quad M(x) = -x \times R_B + \frac{x}{2} \cdot (\omega \cdot x) = -1240x + 5x^2$$

A-C間 $(200 > x > 120)$

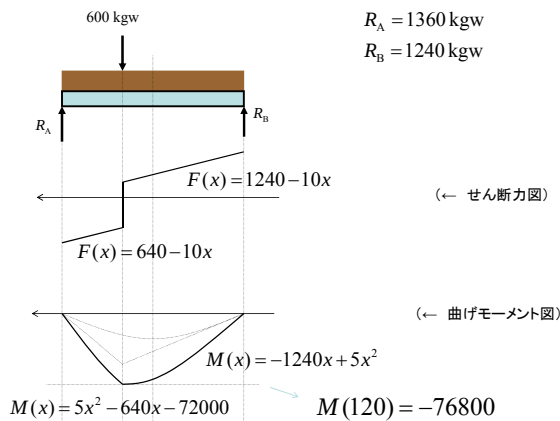
$$M(x) = -x \times R_B + \frac{x}{2} \cdot (\omega \cdot x) + (x - 120) \times 600 = 5x^2 - 640x - 72000$$



$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

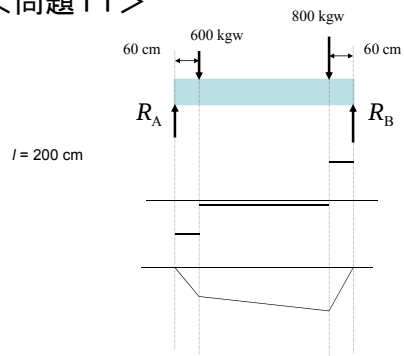
(注意) 曲げモーメントの単位は $\text{kgw} \cdot \text{cm}$



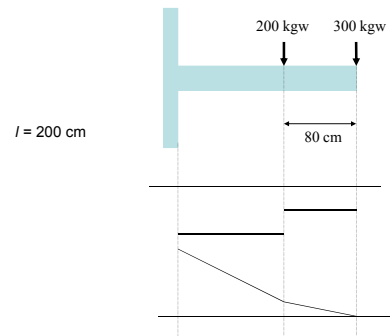
<問題11>

1. 次の各図に示すようなはりのせん断力図と曲げモーメント図の概略を描き、最大曲げモーメントの位置を推定しなさい。

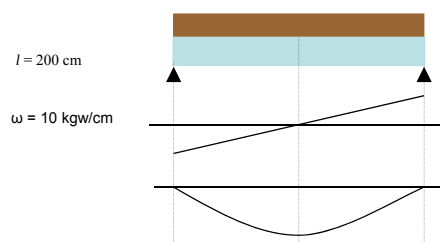
<問題11>



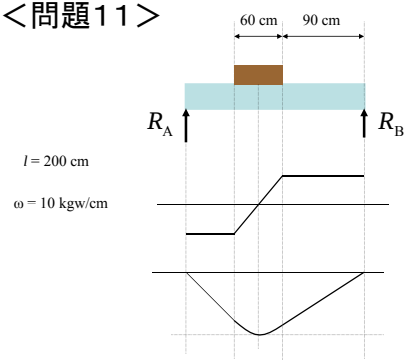
<問題11>



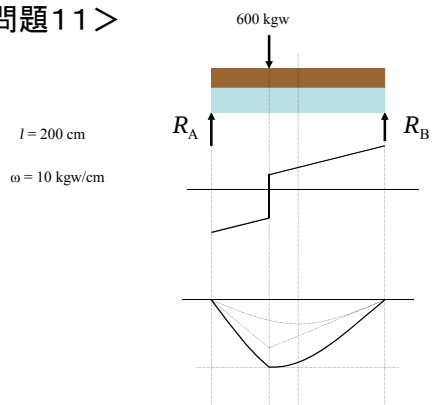
<問題11>



<問題11>



<問題11>



<問題11>

