

生体力学

第9回

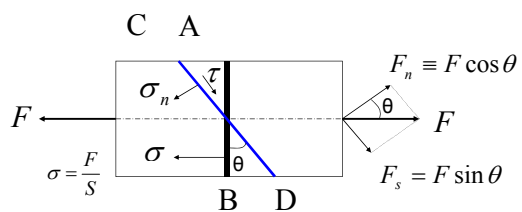
2009年 12月 3日(木)



小テスト7・8

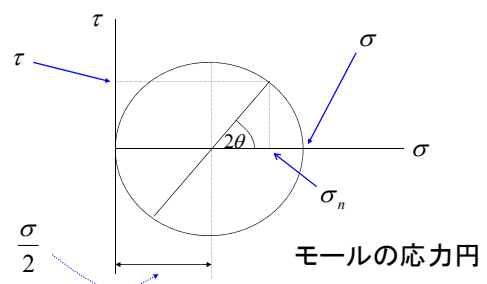


3. モールの応力円



$$\sigma_n = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cos 2\theta, \quad \tau = \frac{\sigma}{2} \sin 2\theta$$

$$\sigma_n = \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cos 2\theta, \quad \tau = \frac{\sigma}{2} \sin 2\theta$$



主面と主応力について

構造物内の任意の点における応力を考える。
この点を通る最大の垂直応力と最小の
垂直応力を見つけることができる。これらを
主応力と呼ぶ。

そして、この最大と最小の垂直応力を持つ面を
主応力面あるいは**主面**と呼ぶ。



<問題8>

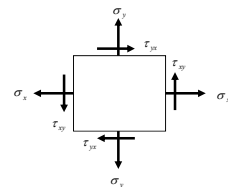
- 適切な表現で以下の定義を完成せよ。
 - (ポアソン比)
 - (主応力)
 - (主応力面)
 - (モールの応力円)

<問題8>

- ある面にせん断応力が発生しているときには、
必ずこれに垂直な方向にも大きさの等しいせん
断応力が発生していることを示せ。

言い換えると、右下の図で $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ であるこ
とを示せ。

なお、これらのせん断応力を共役せん断応力
と呼んでいる。



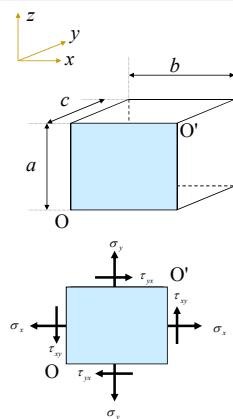
物体が回転しない条件を
考えるとよい。

O を通る y 方向の軸の回りに
回転しない条件は次の通り。

$$a \times \tau_{yx} \cdot b \cdot c - b \times \tau_{xy} \cdot a \cdot c = 0$$

$$\therefore \tau_{yx} = \tau_{xy}$$

これで示された。





◎ 材料の変形(5)

1. 破壊

- (1) 静荷重によるもの
(降伏点を超える使用応力)
- (2) 衝撃荷重
- (3) 温度によるもの
(高温ではクリープ, 低温では脆性)
- (4) 疲れによるもの
(繰返し荷重: 繰返し回数の増加に伴い
小さな力で壊れるようになる。)

2. 許容応力

安全性から、材料設計上許される
最大の応力を

許容応力 (allowable stress)

という。

弾性限度内でも危険な場合の例

- (1) **動荷重**が加わる場合
- (2) **高温状態**で利用する場合,
... など。

材料が実際に使用されている場合に
発生している応力を

使用応力 (working stress)

という。

使用応力 ≤ **許容応力** が必要。

許容応力(*)を決める場合の条件など,
6項目

- 1) 材料に対する信頼性
- 2) 応力、変形それぞれに対する設計上の要請
- 3) 荷重の種類
(静荷重, 繰返し荷重, 交番荷重)

4) 応力の種類(垂直応力、せん断応力)

5) 加工の影響

(材料表面へのショットピーニング(**)などの
表面加工の有無)

6) 使用温度(低温: 低温もろさ, 高温: クリープ)

鉄鋼材料の許容応力 (kgw/cm²)

応力	荷重	軟鋼	中硬鋼	鋳鋼	鋳鉄
引っ張り	静荷重	900~1500	1200~1800	600~1200	300
	繰返し荷重	600~1000	800~1200	400~800	200
	交番荷重	300~500	400~600	200~400	100
圧縮	静荷重	900~1500	1200~1800	900~1500	900
	繰返し荷重	600~1000	800~1200	600~1000	600
せん断	静荷重	720~1200	960~1440	480~960	300
	繰返し荷重	480~800	640~960	320~640	200
	交番荷重	240~400	320~480	160~320	100
曲げ	静荷重	900~1500	1200~1800	750~1200	-
	繰返し荷重	600~1000	800~1200	500~800	-
	交番荷重	300~500	400~600	250~400	-
ねじり	静荷重	600~1200	900~1440	480~960	-
	繰返し荷重	400~800	600~960	320~640	-
	交番荷重	200~400	300~480	160~320	-

「材料力学と材料試験」47頁から

3 安全率

普通、**極限強さ**をその材料の許容応力を決める基準とする。

このとき、**極限強さ**を**許容応力**で割ったものを**安全率 (factor of safety)**と呼ぶ。従って、

$$\text{許容応力} = \frac{\text{極限強さ}}{\text{安全率}(S)}$$

安全率 S を決める方法の一つ :

$$S = a \times b \times c \times d$$

$a \rightarrow$ (極限強さ) ÷ (弾性限度) : 普通 2

$b \rightarrow$ 応力の種類により決める値 :

静応力 1, 繰返し応力 2, 交番応力 3

$c \rightarrow$ 荷重の種類により決める値 :

静荷重 1, 動荷重 2

$d \rightarrow$ その他(突発的な過負荷など) : 1.5 ~ 3

<問題9>

1. 軟鋼製ボイラ板の安全率を求めよ。

[略解]

$a = 2$ (軟鋼なので2)

$b = 1$ (静応力)

$c = 1$ (静荷重)

$d = 2.5$ (腐食を重視。2~3の平均である2.5)

$$S = 2 \times 1 \times 1 \times 2.5 = 5$$

<問題9>

2. エレベータ用のワイヤロープの安全率を求めよ。

[略解]

$a = 2$ (軟鋼なので2)

$b = 2$ (繰返し応力)

$c = 1$ (静荷重)

$d = 1.5$ (軟鋼線で安全度は高い)

$$S = 2 \times 2 \times 1 \times 1.5 = 6$$

<問題9>

6. 引っ張り強さ500MPa(= 0.500GPa), 安全率5の丸棒がある。この丸棒の許容応力を求めよ。

[略解]

$$\text{許容応力} = \frac{\text{極限強さ}}{\text{安全率}(S)} = \frac{500 \text{ MPa}}{5}$$

4. 材料の強度

強度計算

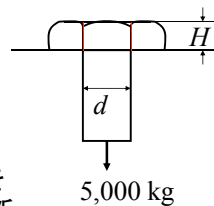
<部品>

部品の形状・寸法は 許容応力 σ_a に基づいて決める。

例えば、部品の断面積を A 、引っ張り荷重を W とすると $A = W / \sigma_a$ なる関係に基づき面積が決められ設計が行われる。

<問題9>

3. 図のような軸方向荷重を受けるボルトの径 d [m] と、頭の高さ H [m] はいくらあればよいか。材料の許容引っ張り応力を $1,200 \text{ kgw/cm}^2$ 、許容せん断応力を 800 kgw/cm^2 として計算せよ。



(略解)

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_a \equiv 1200 \text{ kgw/cm}^2$$

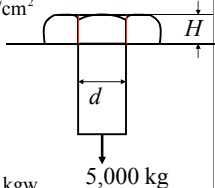
$$\text{所用断面積 } A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \geq \frac{F}{\sigma_a} = \frac{5000 \text{ kgw}}{1200 \text{ kgw/cm}^2}$$

$$d = 2 \times \sqrt{\frac{1}{3.14} \times \frac{5000 \text{ kgw}}{1200 \text{ kgw/cm}^2}}$$

$$\tau = \frac{F}{A'} \leq \tau_a \equiv 800 \text{ kgw/cm}^2$$

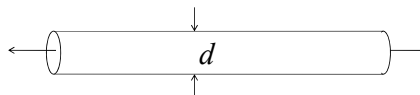
$$\text{所用断面積 } A' = 2\pi \left(\frac{d}{2} \right) \cdot H \geq \frac{F}{\tau_a} = \frac{5000 \text{ kgw}}{800 \text{ kgw/cm}^2}$$

$$H \geq \frac{1}{\pi d} \times \frac{5000 \text{ kgw}}{800 \text{ kgw/cm}^2}$$



<問題9>

5. 軟鋼でできている丸棒が引っ張り荷重 $6.0 \times 10^4 \text{ N}$ を受けている。この丸棒の引っ張り強さが 80 MPa 、安全率が 3 の時、この丸棒の直径は何センチメートル以上必要か。

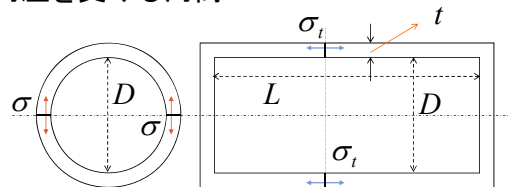


(略解)

$$\frac{6.0 \times 10^4 \text{ N}}{\pi \times \left(\frac{d}{2} \right)^2} \leq \text{許容応力} = \frac{\text{極限強さ}}{\text{安全率}(S)} = \frac{80 \text{ MPa}}{3} \text{ より}$$

$$d \geq 2 \times \sqrt{\frac{6.0 \times 10^4 \text{ N}}{\pi} \times \frac{3}{80 \text{ MPa}}} \approx 0.053537295 \approx 0.054 \text{ m}$$

内圧を受ける円筒



σ : 横方向の応力(フープ応力)

$$2\sigma L t = p D L$$

σ_t : 縦方向の応力

$$2\pi \frac{D}{2} t \sigma_t = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 p$$

<肉薄円筒>

横方向応力（フープ応力）：

$$\sigma = \frac{Dp}{2t}$$

ここで p は内圧， D は内径， t は板厚。

縦方向応力：

$$\sigma_t = \frac{Dp}{4t} \quad \circ$$

<問題9>

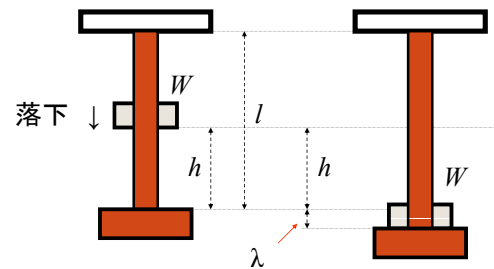
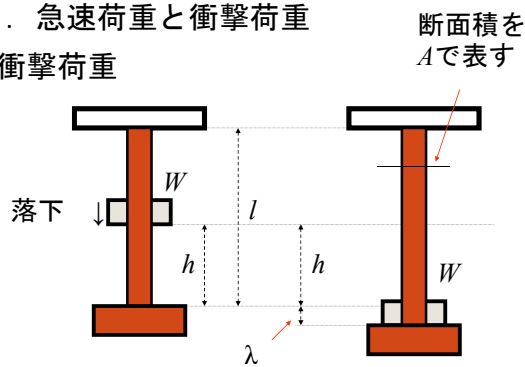
4. 内径 60 cm の肉薄円筒容器に，30 kgw/cm² の流体を封じ込もうとすれば，板厚はいくらにすればよいか。許容応力を 800 kgw/cm² として計算せよ。

[略解]

$$\sigma = \frac{Dp}{2t} \quad \text{から}$$

$$t = \frac{Dp}{2\sigma} = \frac{60 \text{ cm} \cdot 30 \text{ kgw/cm}^2}{2 \times 800 \text{ kgw/cm}^2}$$

5. 急速荷重と衝撃荷重
衝撃荷重



質量 $M(= W/g)$ の物体の位置エネルギーの減少分 $W(h+\lambda)$ は
伸び λ に伴う弾性エネルギー $(1/2)\lambda A\sigma$ に等しい。

結果は，（教科書31頁～32頁を参照）

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right) \quad \lambda_0 \equiv \frac{l}{AE} W$$

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right) \quad \sigma = E \frac{\lambda}{l} \quad , \quad \sigma_0 = E \frac{\lambda_0}{l}$$

$$\sigma = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}} \right) \sigma_0$$

荷重 W を h の高さから落下させたときの
最大の応力 を表す。

この式から，同じ断面を仮定すると，
より長い棒の方が，**衝撃応力が小さい**といえる。

急速荷重

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right)$$

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right)$$

l : 自然の長さ

A $\square$ λ_0 $2\lambda_0$

B $\square$ λ_0

C $\square$ W

$\sigma_0 = E \frac{\lambda_0}{l}$

$\rightarrow$ 応力 $\sigma = E \frac{\lambda}{l}$

強度計算では、急速荷重による応力を考慮する必要がある。

急速荷重が加わるとき瞬間的に最大応力は静止応力の **2倍** になる。また、そのときの伸びも **2倍** になる。

<問題9>

8. 直径 5 cm の丸棒が、1,000 kg重 の引っ張り荷重で 0.1 cm 伸びる場合を考える。

この荷重を 10 cm の高さから落下させるときの **衝撃応力** と **伸び** を求めよ。

<略解> $A = \pi \left(\frac{5 \text{ cm}}{2} \right)^2 \cong 19.625 \text{ cm}^2$, $\lambda_0 = 0.10 \text{ cm}$, $h = 10 \text{ cm}$,

$$\sigma_0 = \frac{1,000 \text{ kgw}}{A} \cong 499.36 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}} \right) \sigma_0 \cong 7579 \text{ N/cm}^2 \quad \text{衝撃応力 } 774 \text{ kgw/cm}^2$$

$$\lambda = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}} \right) \lambda_0 = 1.5177 \text{ cm} \quad \text{衝撃時の伸び } 1.518 \text{ cm}$$

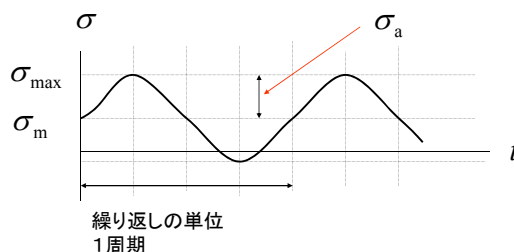
6. 材料の疲れ

人の体の筋肉や骨など、構造物の多くは負荷と除荷の繰り返しを受ける。1回の作用では破壊(破損)に至らなくとも、作用が繰り返されると構造物は破壊(破損)することがある。この、**繰り返し負荷による破壊は疲労と呼ばれている**。

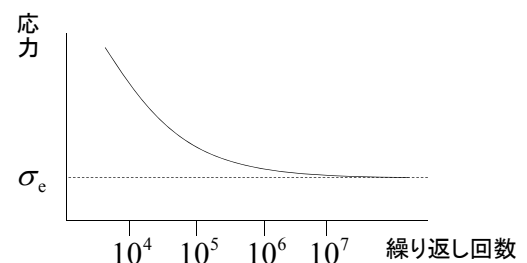
このような破壊は、材料の物理特性、構造物のサイズ、構造物の表面品質、操作条件などに依存する。

<http://www.steel.kobelco.co.jp/tetu/atuita/L000/L012.pdf>

疲労試験

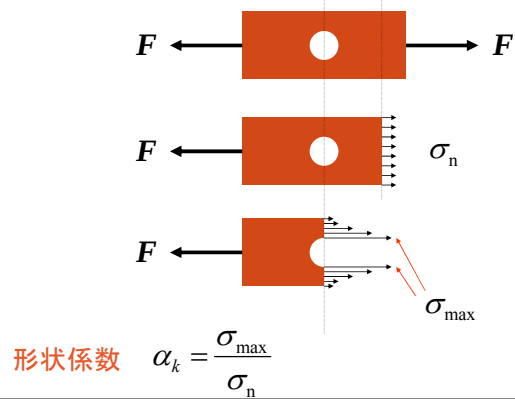


破壊(破損)までのサイクル数 N は応力振幅 σ_a に依存する。
 σ_a が高いと N は低い。



このグラフから、応力がその値以下であれば、何回繰り返しても破壊しないという限界があるのを知ることができる。これを **疲れ限度 (σ_e)** と呼ぶ。

7. 応力集中



集中した応力の値は

- (1) 溝が深いほど
 - (2) 溝の底の曲率半径が小さいほど
 - (3) 溝の角度が小さいほど
- 大きくなる。



<問題9>

7. 歯科材料として使うときに必要な材料の特性としてどのような性質を念頭に置くべきか考えてみよ。

<問題9>

9. 適切な表現で以下の定義を完成せよ。(問題と解答は教科書を参照)