

生体力学

第6回

2009年 10月22日(木)



<問題5>

1. 質量と力の違いを述べよ。また、慣性質量と重力質量の違いを説明せよ。

[慣性質量]: 慣性の大きさを示す物理量。運動方程式の左辺に現れる質量は慣性質量。同じ力を物体に作用させても動きやすいもの、動きにくいものがある。1つの物体の動きやすさを基準として、それとの比でもとめられる量を慣性質量という

[重力質量]: 重力の元としての物理量。秤で計る質量は重力質量。重量は地球上の場所によって異なる。基準の重量をきめ、それとの比で物体の量を決めるとき、この量を重力質量という。
(重力質量と慣性質量は力学的には別の概念。)

2. 「応力」の単位、及び「ひずみ」の単位を述べよ。

「応力」の単位: N/m^2 。 「ひずみ」の単位: (次元無し)。

<問題5> 配布プリント問題1

3. 径5.0cmの丸棒に 4,000kg の引っ張り荷重を加えると、発生する応力はいくらか。

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4000 \text{ kgw}}{\pi r^2 \text{ cm}^2} = \frac{4000 \times 9.8 \text{ N}}{3.14 \times 2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}} \\ \cong 1997 \text{ N/cm}^2 \cong 2.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

<問題5>

4. 断面 $6\text{cm} \times 4\text{cm}$ の角柱がある。これに発生する応力を $1,000\text{kg/cm}^2$ にとどめるには、いくらまでの荷重が許されるか。

応力の定義 $\sigma = \frac{F}{A}$ を使う。

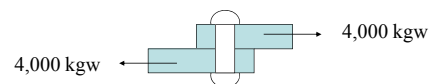
$$\sigma = 1000 \text{ kgw/cm}^2 = 1000 \times 9.8 \text{ N/cm}^2 = 9.8 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

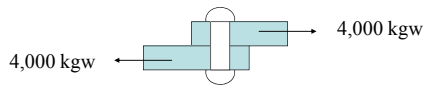
$$9.8 \times 10^7 \text{ N/m}^2 = \sigma \geq \frac{F}{6\text{cm} \times 4\text{cm}} = \frac{F}{24 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \quad \text{から}$$

$$F = 2.352 \times 10^5 \text{ N} \cong 2.4 \times 10^5 \text{ N}$$

<問題5> 配布プリント問題2

5. 図のようなりベットに生ずる応力を求めよ。なおりベットの断面は直径 30mm の円である。





リベットに生ずる応力はせん断応力。なおリベットの断面は直径 30 mm の円である。

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{4000 \text{ kgw}}{\pi r^2 \text{ cm}^2} = \frac{4000 \times 9.8 \text{ N}}{3.14 \times 1.5 \text{ cm} \times 1.5 \text{ cm}} \\ \cong 5548 \text{ N/cm}^2 \cong 5.5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

<問題5>

6. ひずみが 0.0006 起きているとき、もとの長さ 3m の棒は何センチメートル伸びているか。

ひずみの定義 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ を使う。

$$\Delta l = l \times \varepsilon = 3 \text{ m} \times 0.0006 = 0.0018 \text{ m} = 0.18 \text{ cm}$$

7. 一辺が10mmの4本の角棒を支柱とする棚がある。この棚に1,000Nの物体が載っている。それぞれの柱に生ずる応力は？ また、この応力の種類は？

応力の種類：垂直応力。

$$\sigma = \frac{1,000 \text{ N}}{4 \times (10/1000)^2 \text{ m}^2} = 2,500,000 \text{ Pa}$$

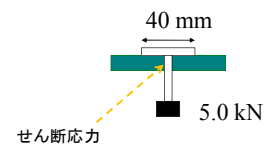
<問題5>

8. 厚さ1mm、長さ200mmの紙を切断する。紙の切断に必要なせん断応力(度)が5MPaであったとすると切断するための荷重は？

$$\left(\begin{array}{l} \text{切断に必要な} \\ \text{最小荷重} \end{array} \right) = 1 \times \frac{1}{1,000} \times 200 \times \frac{1}{1,000} \times 5 \times 10^6 \text{ N} \\ = 1,000 \text{ N}$$

<問題5>

9. 直径 40mm と直径 10mm の段付きの丸棒が重さ 5.0kN の物体を支えている。段付き丸棒に発生している応力の種類を述べよ。

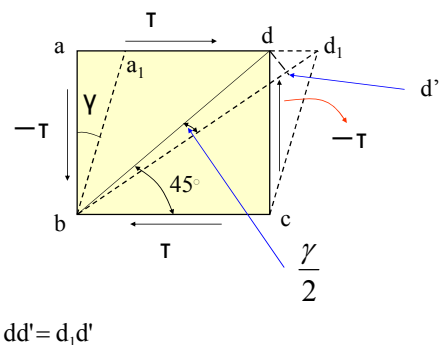


段付き丸棒に発生している応力の種類：頭の部分に接線応力(せん断応力)。棒の部分に垂直応力が働く。

<問題5>

10. 次の弾性係数の間の関係はお互いに書き直しの関係にあることを確認しなさい。 E は縦弾性係数, G は横弾性係数, e はポアソン比を表す。

$$E = 2G(1+e) \quad \text{or} \quad G = \frac{E}{2(e+1)} \\ \text{or} \quad e = \frac{E-2G}{2G}$$



＜問題5＞ 配布プリント問題3

11. 面 $3\text{ cm} \times 2\text{ cm}$, 長さ 2 m の角棒鋼に $4,000\text{ kgw}$ の引っ張り荷重を加えると, いくら伸びるか。ここで, $E = 2.1 \times 10^6\text{ kgw/cm}^2$ とする。

断面を A , 長さを l , 伸びを Δl , とする。

$\sigma = E\varepsilon$ を書き直すと, $\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$ となるので,

$$\Delta l = \frac{l \cdot F}{E \cdot A} = \frac{2\text{ m} \cdot (4000 \times 9.8\text{ N})}{(9.8 \times 2.1 \times 10^6\text{ N} \times 10^4/\text{m}^2) \cdot (3 \times 2 \times 10^{-4}\text{ m}^2)} = 0.0006349\text{ m}$$

＜問題5＞ 配布プリント問題4

12. 鋼の E はおよそ $2,100,000\text{ kgw/cm}^2$ である。弾性限度 $2,000\text{ kgw/cm}^2$ の鋼の、その時のひずみはいくらか。

$\sigma = E\varepsilon$ の関係より,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{2000\text{ kgw/cm}^2}{2100000\text{ kgw/cm}^2} \cong 9.5 \times 10^{-4}$$



小テスト6

&

プリント配布



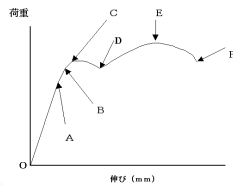
◎ 材料の変形(2)

1. 弾性と塑性

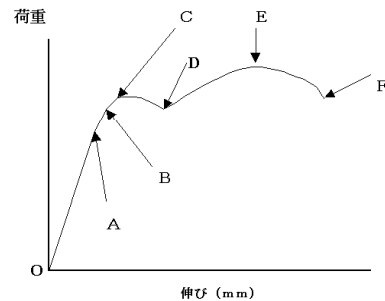
(1) 応力と歪みの関係

A. 荷重変形図 (load deformation diagram)

[軟鋼における荷重変形図]



[軟鋼における荷重変形図]

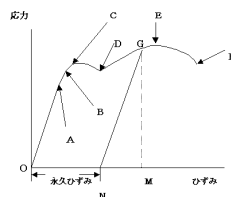


B. 応力ひずみ図 (stress-strain diagram)

フックの法則(Hook's law)

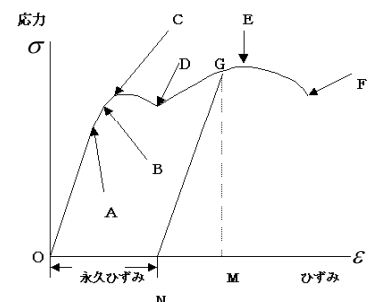
「比例限度内では、応力とひずみは正比例する」

[軟鋼における
応力ひずみ図]



応力ひずみ図 [軟鋼における応力ひずみ図]

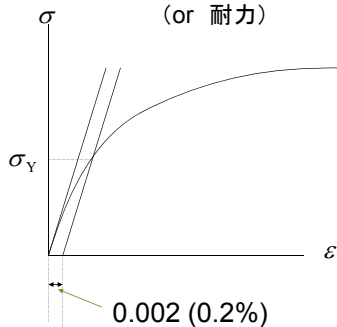
- B 弾性限度(e)
- A 比例限度(p)
- C 降伏点(y)
- E 引っ張り強さ
極限強さ
- F 破断点(r)



オフセット法

σ_Y 降伏強度 (Yield Strength) (or 耐力)

降伏点があはつきり現れない場合...



(2) 塑性(plasticity)変形

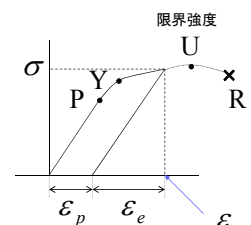
- 弾性限界を超える応力の場合の金属や合金などのひずみ

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$

ε_p 塑性ひずみ

ε_e 弾性ひずみ

U 点近傍からは「くびれ」が現れる。

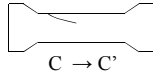


○ 軟鋼の塑性変形と加工硬化

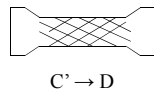
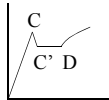
鋼：Fe-C系合金でCが2%重量濃度以下のもの

ひずみ模様(リュース帯) : フライ液で処理

リュース帯が最初に形成される点(C)が
上降伏点



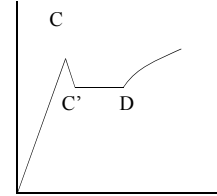
リュース帯が広がって行く間(C'D)が
下降伏領域



加工硬化 (結晶中の転位の増加が原因)

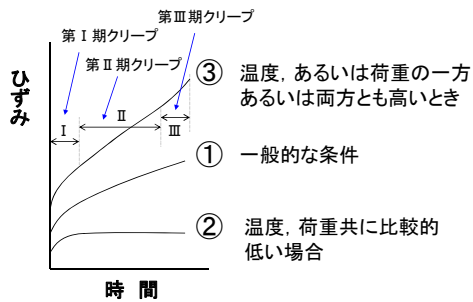
D 点から先は荷重を増してゆくと
ひずみが増す。(応力も増大。)

加工によって
硬くなったので
加工硬化という。



○ クリープ (creep)

一定荷重, 一定温度の場合, 時間と共に変形
が増す現象



クリープの定量的な取り扱い

ある一定時間後に, ある一定の最大許容ひずみ
となるとき応力を「クリープ限度」と呼ぶ。

例えば, 10,000 時間に 1 % のクリープひずみを
生ずる応力としてクリープ限度が定義される。

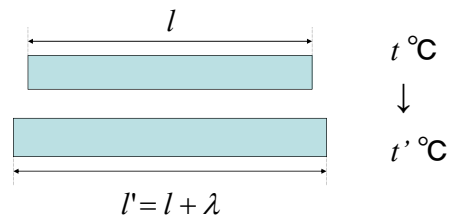
クリープ限度の例 (kgf/cm²)

材料	482℃	538℃	593℃	649℃	704℃	760℃
9Cr-1.5Mo 鋼	2340	819	489	162		
16Cr 鉄	—	598	352	155	84	56

2. 熱応力

物体内に温度の不均一部分があると,
局所的な膨張と収縮が生じる。
これに伴って応力が発生する。

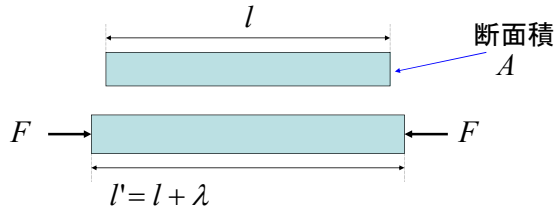
材料の線膨張



$$\frac{l' - l}{l} = \frac{\lambda}{l} = \alpha(t' - t)$$

α : 線膨張係数

温度変化に伴うひずみを元に戻す荷重 F

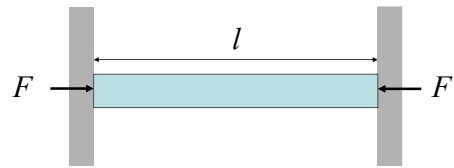


$$E\varepsilon = E\left(\frac{l'-l}{l}\right) = E\frac{\lambda}{l} = \sigma = \frac{F}{A}$$

$$\therefore F = E\varepsilon \cdot A = E\frac{\lambda}{l}A$$

E : ヤング率

加熱に伴う熱応力の計算



熱応力

$$\sigma = \frac{F}{A} = E\frac{l'-l}{l} = E\frac{\lambda}{l} = E\alpha(t'-t)$$

E : ヤング率

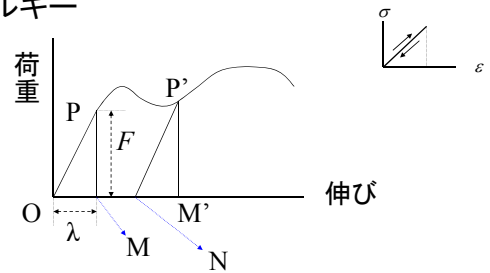
3. ひずみエネルギー

弾性エネルギー

A 材料の弾性変形と内部に蓄えられるエネルギー

弾性限度内の変形の場合は、荷重を取り去ると材料内部に蓄えられたエネルギーは全て放出されることができる。

変形に伴って、内部に蓄えられる弾性エネルギー



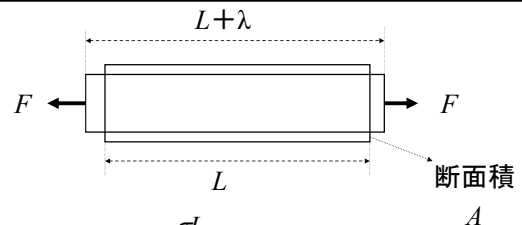
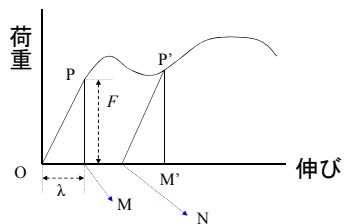
$$\text{仕事} = \triangle OPM \text{ の面積} = F\lambda \div 2 \text{ [kgw} \cdot \text{cm]}$$

問題 弾性ひずみエネルギーと塑性ひずみエネルギーの違い？

B 弾性エネルギーの計算

なされた仕事と材料に蓄えられた弾性エネルギー U は等しい。

$$U = \frac{1}{2}F\lambda$$



$$F = \sigma A, \quad \lambda = \frac{\sigma L}{E}$$

$$U = \frac{1}{2}F\lambda = \frac{1}{2}\sigma A \frac{\sigma L}{E} = \frac{\sigma^2}{2E}AL = uAL = uV$$

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

$V (=AL)$ は材料の体積

単位体積あたりのエネルギー:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (\text{kgw} \cdot \text{cm}/\text{cm}^3)。$$

σ が弾性限度の時,
 u を最大弾性エネルギーと言う。

最大弾性エネルギーの大きい材料は、
 容易に破壊せず多くのエネルギーを吸収
 する。

弾性限度が高い材料や
 縦弾性係数(ヤング率)の小さい材料は

↓
 最大弾性エネルギーが大きくなる。

$$\therefore u = \frac{\sigma^2}{2E}$$

例

軟鋼の単位体積当たりの最大弾性エネルギー 0.952 kgw・cm/cm³

ゴムの単位体積当たりの最大弾性エネルギー 3,200 kgw・cm/cm³

参考:「材料力学と材料試験」

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}$$

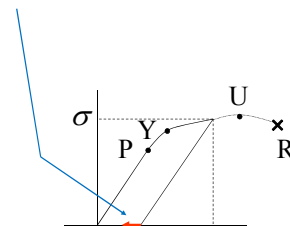
軟鋼の単位体積当たりの最大弾性エネルギー
 0.952 kgw・cm/cm³

ゴムの単位体積当たりの最大弾性エネルギー
 3,200 kgw・cm/cm³

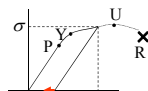
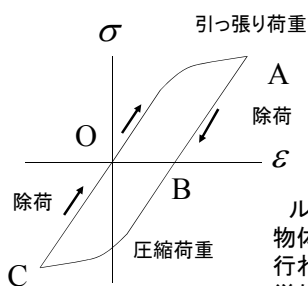
軟鋼の縦弾性係数	2.1 × 10 ⁶ kgf/cm ²
ゴムの縦弾性係数	1 kgf/cm ²
軟鋼の弾性限度	2000 kgf/cm ²
ゴムの弾性限度	80 kgf/cm ²

4 弾性余効

荷重を取り除いた後、時間と
 共にひずみの減少する現象 → 弾性余効



5. ヒステシスループ



ループで囲まれる面積は
 物体の変形を起こすために
 行われた仕事のうち、
 単位体積当たり、熱となって
 発散されるエネルギーを
 表す。



<問題6>

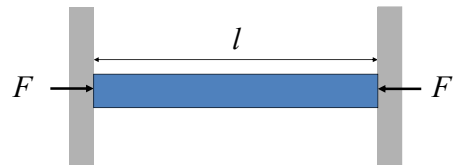
1. 径 4 cm の軟鋼棒の両端を 20 °C で壁に固定してから、温度を 60 °C にあげた。どんな熱応力がいくら発生しているか。また、棒の端面が壁に及ぼしている力 F はどれほどか。
ここで、 $\alpha = 11.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$ とする。

(略解)

$$\sigma' = -E \frac{l' - l}{l} = -E \frac{\lambda}{l} = -E \alpha (t' - t) \cong -9.5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$F = A \cdot |\sigma'| \cong 1.19 \times 10^5 \text{ N}$$

<参考> 加熱に伴う熱応力の計算



熱応力

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \frac{l' - l}{l} = E \frac{\lambda}{l} = E \alpha (t' - t)$$

E : ヤング率

<問題6>

2. 径 2 cm , 長さ 120 cm のばね鋼に 10 t の引っ張り荷重がかかっている。弾性エネルギーはいくらか。
 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$ とする。

(略解)

$$U = Vu = V \frac{\sigma^2}{2E} \cong 89 \text{ N} \cdot \text{m} = 89 \text{ J}$$

<問題6>

3. ゴムの縦弾性係数を 1 kg/cm^2 ,
弾性限度を 80 kg/cm^2 とすると
最大弾性エネルギーはいくらになるか。

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad \text{に値を代入して求めよ。}$$

(略解)

$$\begin{aligned} u &= \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{80 \times 80}{2 \times 1} = 3200 \text{ kgw} \cdot \text{cm/cm}^3 \\ &= 3200 \times 9.8 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \\ &= 3.136 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

<問題6>

4. 軟鋼とゴムの最大弾性エネルギーを比較してみよ。

軟鋼の縦弾性係数: $2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$

ゴムの縦弾性係数: 1.0 kgw/cm^2

ゴムの弾性限度: 2000 kgw/cm^2

軟鋼の弾性限度: 80 kgw/cm^2

[略解]

軟鋼の単位体積当たりの最大弾性エネルギー

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{2000 \times 2000}{2 \times 2.1 \times 10^6} \cong 0.952 \text{ kgw} \cdot \text{cm/cm}^3$$

ゴムの単位体積当たりの最大弾性エネルギー

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{80 \times 80}{2 \times 1} = 3200 \text{ kgw} \cdot \text{cm/cm}^3$$