

生体力学

第5回

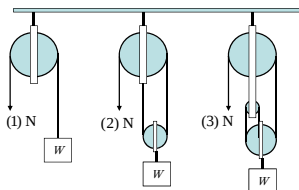
2009年 10月15日(木)



小テスト 5



問題1 荷物を滑車で持ち上げる。下図で荷物 W の重さが 300 kg 重であるとき、下図のそれぞれの場合に、持ち上げるときに必要な力をニュートン (N) で表せ。



[答: (1) 2940 N (2) 1470 N (3) 980 N]

問題2 [<問題4>1] 肘関節の力学を考えよ。教科書11頁の図で, $a = 4 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $c = 35 \text{ cm}$, $W = 20 \text{ N}$, $W_0 = 80 \text{ N}$ とする。 F_J と F_M を求めよ。

(略解) 教科書11頁の自由体線図を参照。

座標系: 鉛直上方を正の方向とする。
回転は右回りを正の方向とする。

筋の張力 F_M
関節反力 F_J

鉛直方向の力の和がゼロ:

$$-F_J + F_M - W - W_0 = 0$$

O 点のまわりのモーメントの和がゼロ:

$$-a \cdot F_M + b \cdot W + c \cdot W_0 = 0$$

(答) $F_M = 775 \text{ N}$, $F_J = 675 \text{ N}$

問題3 [＜問題4＞2] 肩関節の力学を考えよ。
 教科書11頁の図で, $a = 15 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$,
 $c = 60 \text{ cm}$, $\theta = 15^\circ$, $W = 40 \text{ N}$, $W_0 = 60 \text{ N}$ とする。
 F_J と F_M を求めよ。
 なお, $\sin 15^\circ \cong 0.2588$, $\cos 15^\circ \cong 0.9659$ 。

(略解) 教科書11頁の自由体線図を参照。
 座標系: 鉛直方向は鉛直上方を正の方向とする。
 水平方向は右側を正の方向とする。
 回転は右回りを正の方向とする。

鉛直方向の力の和がゼロ:

$$-F_J \cdot \sin \beta + F_M \cdot \sin \theta - W - W_0 = 0$$

水平方向の力の和がゼロ:

$$F_J \cdot \cos \beta - F_M \cdot \cos \theta = 0$$

O 点のまわりのモーメントの和がゼロ:

$$-a \cdot F_M \cdot \sin \theta + b \cdot W + c \cdot W_0 = 0$$

鉛直方向の力の和がゼロ: $-F_J \cdot \sin \beta + F_M \cdot \sin \theta - W - W_0 = 0$
 水平方向の力の和がゼロ: $F_J \cdot \cos \beta - F_M \cdot \cos \theta = 0$
 O 点のまわりのモーメントの和がゼロ:

$$-a \cdot F_M \cdot \sin \theta + b \cdot W + c \cdot W_0 = 0$$

(略解) $F_M = \frac{b \cdot W + c \cdot W_0}{a \cdot \sin \theta} = \frac{0.3 \times 40 + 0.6 \times 60}{0.15 \times 0.2588} \cong 1236 \text{ N}$
 $F_J \cdot \sin \beta = F_M \cdot \sin \theta - W - W_0 \cong 220 \text{ N}$
 $F_J \cdot \cos \beta = F_M \cdot \cos \theta \cong 1194 \text{ N}$
 $F_J = \sqrt{(F_J \cdot \cos \beta)^2 + (F_J \cdot \sin \beta)^2} \cong 1214 \text{ N}$
 $\tan \beta = \frac{F_J \cdot \sin \beta}{F_J \cdot \cos \beta} \cong 0.18425$, $\beta = \tan^{-1} 0.18425 \cong 10^\circ$

問題4[＜問題4＞3]3. 頭部(脊柱)の力学を考えよ。
 教科書12頁の頭部の図で, $W = 50 \text{ N}$, $\theta = 30^\circ$,
 $\beta = 60^\circ$ とする。 F_J と F_M を求めよ。

(略解) 頭部(脊柱)の自由体線図を参照。
 座標系: 鉛直方向は鉛直上方を正の方向とする。
 水平方向は右側を正の方向とする。

重心

$\beta = 60^\circ$

$\theta = 30^\circ$

筋の張力 F_M
 関節反力 F_J

$$\theta = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

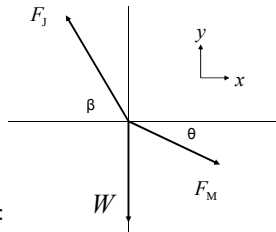
鉛直方向の力の和がゼロ:

$$F_J \cdot \sin \beta - F_M \cdot \sin \theta - W = 0$$

水平方向の力の和がゼロ:

$$-F_J \cdot \cos \beta + F_M \cdot \cos \theta = 0$$

答 $F_M = 50 \text{ N}$, $F_J = 50\sqrt{3} \approx 86.6 \text{ N}$



問題5 [＜問題4＞4] 下半身(脊柱)の力学を考えよ。

教科書12頁の下半身の図で、おもりの荷重

$W_0 = 70 \text{ kg}$ 重, 競技者の合計体重 $W = 70 \text{ kg}$ 重,

骨盤を含む足の重さ $W_1 = 0.4 \times W$, $\theta = 45^\circ$,

身長 $h = 1.7 \text{ m}$, $a = 0.02 \times h$, $b = 0.08 \times h$,

$c = 0.12 \times h$ とする。 F_J と F_M を求めよ。

なお, 図のAB方向と F_M の方向は直角であるとせよ。

(略解) 下半身(脊柱)の自由体線図を参照。

座標系: 鉛直方向は鉛直上方を正の方向とする。

水平方向は右側を正の方向とする。

回転は右回りを正の方向とする。

F_J の x 成分(水平成分)を $F_J x$,
 y 成分(鉛直)を $F_J y$ と書く。

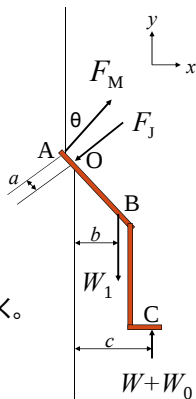
$$F_J = \sqrt{(F_J x)^2 + (F_J y)^2}$$

また,

F_M の x 成分(水平成分)を $F_M x$,
 y 成分(鉛直)を $F_M y$ と書く。

$$F_M = \sqrt{(F_M x)^2 + (F_M y)^2}$$

$$F_M x \equiv F_M \cdot \sin \theta, \quad F_M y = F_M \cdot \cos \theta$$



鉛直方向の力の和がゼロ:

$$F_M y - F_J y - W_1 + W + W_0 = 0$$

水平方向の力の和がゼロ:

$$F_M x - F_J x = 0$$

O 点のまわりのモーメントの和がゼロ:

$$a \cdot F_M + b \cdot W_1 - c \cdot (W + W_0) = 0$$

$$F_M = \frac{c \cdot (W + W_0) - b \cdot W_1}{a} \approx 7134 \text{ N}$$

$$F_J x = F_M x = F_M \cdot \sin 45^\circ \approx 5044 \text{ N}$$

$$F_J y = F_M y - W_1 + W + W_0 \approx 6141.6 \text{ N}$$

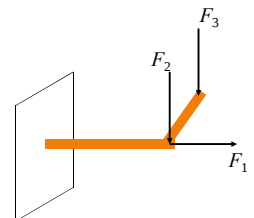
$$F_J = \sqrt{(F_J x)^2 + (F_J y)^2} \approx 7948 \text{ N}$$

◎ 材料の変形(1)

1. 荷重(load)と伸び

外力と変形

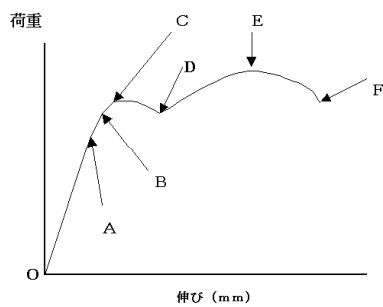
内力とモーメント



外力に伴い変形が発生するとき, それに対抗して形を保つように力(内力)が発生する。また, 外部モーメントが働いているときに, それに対抗して, 形を保つように内部のモーメントが発生する。



荷重—伸び図 (load deformation diagram)



[軟鋼における荷重変形図]

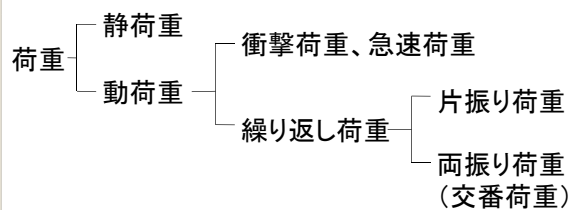
(1) 性質による荷重の名称



(2) かけ方による荷重の名称

静荷重

動荷重 → 繰り返し荷重, 交番荷重,
急速荷重, 衝撃荷重



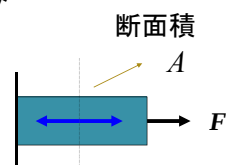
(3) 種類による荷重の名称



2. 応力とひずみ

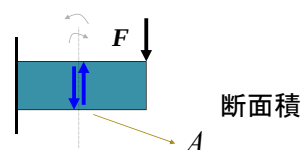
垂直応力

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



剪断応力
(接線応力)

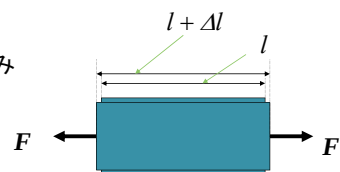
$$\tau = \frac{F}{A}$$



ひずみ

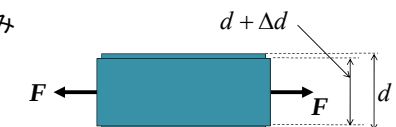
縦ひずみ

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$



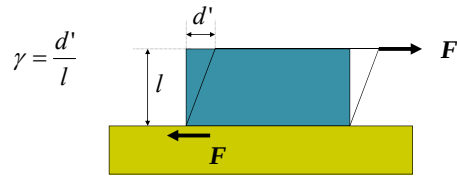
横ひずみ

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta d}{d}$$

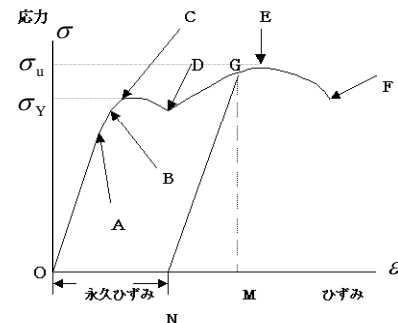


この図の場合 Δd は負

せん断ひずみ



[軟鋼における応力ひずみ図]



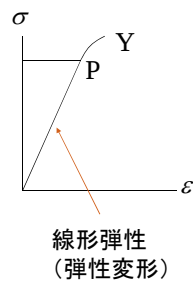
3. 弾性定数

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\tau = G \gamma$$

E 縦弾性係数(ヤング率)

G 横弾性係数
(せん断弾性係数 or 剛性係数)



フックの法則

比例限度では、応力とひずみは比例する。

$$\frac{\text{応力}}{\text{ひずみ}} = \text{一定 (弾性係数)}$$

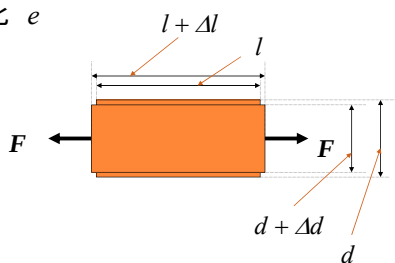
ポアソン比 e

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta d}{d}$$

$$e = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \frac{|\varepsilon_1|}{\varepsilon}$$

Δd は負の量



<問題5>

1. 質量と力の違いを述べよ。また、慣性質量と重力質量の違いを説明せよ。

[慣性質量]: 慣性の大きさを示す物理量。運動方程式の左辺に現れる質量は慣性質量。同じ力を物体に作用させても動きやすいもの、動きにくいものがある。1つの物体の動きやすさを基準として、それとの比でもとめられる量を慣性質量という

[重力質量]: 重力の元としての物理量。秤で計る質量は重力質量。重量は地球上の場所によって異なる。基準の重量をきめ、それとの比で物体の量を決めるとき、この量を重力質量という。
(重力質量と慣性質量は力学的には別の概念。)

2. 「応力」の単位、及び「ひずみ」の単位を述べよ。

「応力」の単位: N/m^2 。 「ひずみ」の単位: (次元無し)。

<問題5>

3. 径5.0cmの丸棒に4,000kgの引っ張り荷重を加えると、発生する応力はいくらか。

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4000 \text{ kgw}}{\pi r^2 \text{ cm}^2} = \frac{4000 \times 9.8 \text{ N}}{3.14 \times 2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}} \\ \cong 1997 \text{ N/cm}^2 \cong 2.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

<問題5>

4. 断面 $6\text{cm} \times 4\text{cm}$ の角柱がある。これに発生する応力を $1,000\text{kg/cm}^2$ にとどめるには、いくらまでの荷重が許されるか。

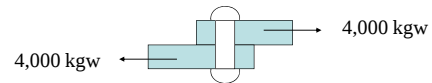
応力の定義 $\sigma = \frac{F}{A}$ を使う。

$$\sigma = 1000 \text{ kgw/cm}^2 = 1000 \times 9.8 \text{ N/cm}^2 = 9.8 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$9.8 \times 10^7 \text{ N/m}^2 = \sigma \geq \frac{F}{6\text{cm} \times 4\text{cm}} = \frac{F}{24 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \quad \text{から} \\ F = 2.352 \times 10^5 \text{ N} \cong 2.4 \times 10^5 \text{ N}$$

<問題5>

5. 図のようなリベットに生ずる応力を求めよ。なおリベットの断面は直径 30mm の円である。



リベットに生ずる応力はせん断応力。なおリベットの断面は直径 30 mm の円である。

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{4000 \text{ kgw}}{\pi r^2 \text{ cm}^2} = \frac{4000 \times 9.8 \text{ N}}{3.14 \times 1.5 \text{ cm} \times 1.5 \text{ cm}} \\ \cong 5548 \text{ N/cm}^2 \cong 5.5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

<問題5>

6. ひずみが 0.0006 起きているとき、もとの長さ 3m の棒は何センチメートル伸びているか。

ひずみの定義 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ を使う。

$$\Delta l = l \times \varepsilon = 3\text{m} \times 0.0006 = 0.0018 \text{ m} = 0.18 \text{ cm}$$

7. 一辺が10mmの4本の角棒を支柱とする棚がある。この棚に1,000Nの物体が載っている。それぞれの柱に生ずる応力は？ また、この応力の種類は？

応力の種類: 垂直応力。

$$\sigma = \frac{1,000 \text{ N}}{4 \times (10/1000)^2 \text{ m}^2} = 2,500,000 \text{ Pa}$$

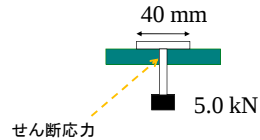
<問題5>

8. 厚さ1mm、長さ200mmの紙を切断する。
紙の切断に必要なせん断応力(度)が5MPaであったとすると切断するための荷重は？

$$\left(\begin{array}{l} \text{切断に必要な} \\ \text{最小荷重} \end{array} \right) = 1 \times \frac{1}{1,000} \times 200 \times \frac{1}{1,000} \times 5 \times 10^6 \text{ N} \\ = 1,000 \text{ N}$$

<問題5>

9. 直径 40mm と直径 10mm の段付きの丸棒が重さ 5.0kN の物体を支えている。段付き丸棒に発生している応力の種類を述べよ。



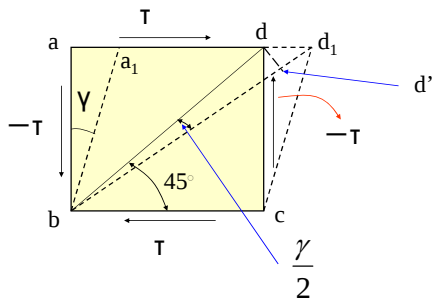
段付き丸棒に発生している応力の種類: 頭の部分に接線応力(せん断応力)。棒の部分に垂直応力が働く。

<問題5>

10. 次の弾性係数の間の関係はお互いに書き直しの関係にあることを確認しなさい。 E は縦弾性係数, G は横弾性係数, e はポアソン比を表す。

$$E = 2G(1+e) \quad \text{or} \quad G = \frac{E}{2(e+1)}$$

$$\text{or} \quad e = \frac{E-2G}{2G}$$



$$dd' = d_1d'$$

<問題5>

11. 面 3 cm × 2 cm, 長さ 2 m の角棒鋼に 4,000 kgw の引っ張り荷重を加えると, いくら伸びるか。ここで, $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgw/cm}^2$ とする。

断面を A , 長さを l , 伸びを Δl , とする。 $\sigma = E\varepsilon$ を書き直すと,

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l} \quad \text{となるので,}$$

$$\Delta l = \frac{l \cdot F}{E \cdot A} = \frac{2 \text{ m} \cdot (4000 \times 9.8 \text{ N})}{(9.8 \times 2.1 \times 10^6 \text{ N} \times 10^4 / \text{m}^2) \cdot (3 \times 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}$$

$$= 0.0006349 \text{ m} \quad \circ$$

<問題5>

12. 鋼の E はおよそ $2,100,000 \text{ kgw/cm}^2$ である。弾性限度 $2,000 \text{ kgw/cm}^2$ の鋼の、その時のひずみはいくらか。

$\sigma = E\varepsilon$ の関係より,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{2000 \text{ kgw/cm}^2}{2100000 \text{ kgw/cm}^2} \cong 9.5 \times 10^{-4}$$