

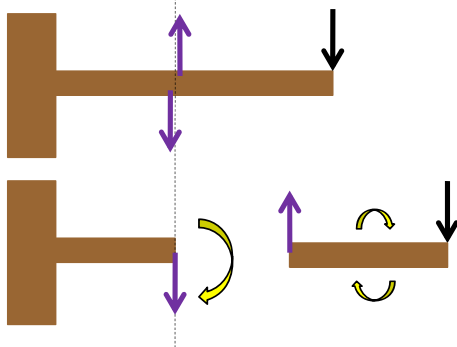
# 生体力学

## 第12回

2010年 1月28日(木)



### 曲げモーメント

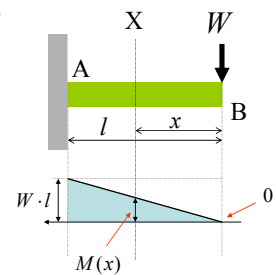


### 2. 曲げモーメント図： 集中荷重， 分布荷重

#### A 集中荷重を受ける片持ばり

曲げモーメント ( $M$ )

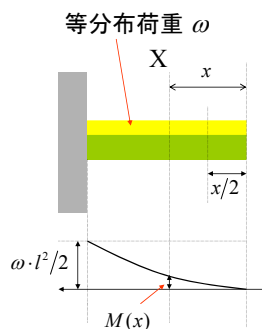
$$M(x) = Wx$$



#### B 等分布荷重を受ける片持ばり

曲げモーメント ( $M$ )

$$M(x) = \frac{\omega \cdot x^2}{2}$$



#### C 集中荷重を受ける両端支持ばり

反力:  $R_A, R_B$

$$W - R_A - R_B = 0$$

$$W \cdot a - R_B \cdot l = 0$$

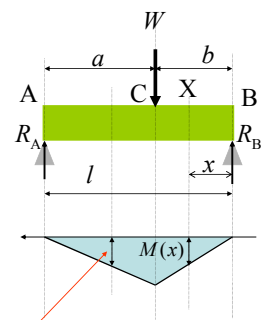
曲げモーメント ( $M$ )

$$b > x \geq 0$$

$$M(x) = -R_B \cdot x$$

$$l \geq x > b$$

$$M(x) = -R_B \cdot x + W(x - b) \\ = (W - R_B)x - Wb$$



## D 等分布荷重を受ける両端支持ばり

反力:  $R_A, R_B$

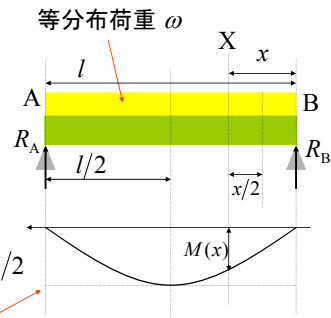
$$\omega \cdot l - R_A - R_B = 0$$

$$\frac{\omega \cdot l^2}{2} - R_B \cdot l = 0$$

曲げモーメント ( $M$ )

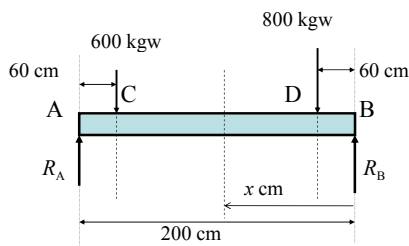
$$M(x) = -R_B \cdot x + \omega \cdot x^2 / 2$$

$$M_{\max} = \omega \cdot l^2 / 8$$



プリント: 第11回

2. 次の図では、はりに集中荷重 (600kgw, 800kgw) がかかっている。せん断力図と曲げモーメント図を描け。また、最大曲げモーメントの大きさと位置を求めよ。

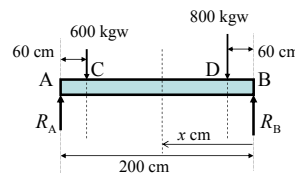


<略解> (式中の単位記載を省略)

(1) 反力の計算:  $R_A$  [kgw],  $R_B$  [kgw]

$$R_A + R_B - 600 - 800 = 0$$

$$-200 \times R_B + 140 \times 800 + 60 \times 600 = 0$$



$$R_A = 660 \text{ kgw}$$

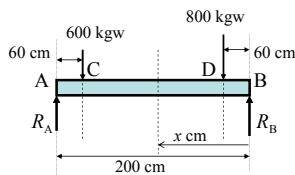
$$R_B = 740 \text{ kgw}$$

(2) せん断力図:  $F$  [kgw]

D-B間 ( $60 > x > 0$ )  $F(x) = R_B = 740 \text{ kgw}$

C-D間 ( $140 > x > 60$ )  $F(x) = R_B - 800 = -60 \text{ kgw}$

A-C間 ( $200 > x > 140$ )  $F(x) = R_B - 800 - 600 = -660 \text{ kgw}$



$$R_A = 660 \text{ kgw}$$

$$R_B = 740 \text{ kgw}$$

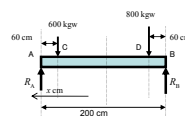
(3) 曲げモーメント図:

D-B間 ( $60 > x > 0$ )  $M(x) = -x \times R_B = -740x$

C-D間 ( $140 > x > 60$ )  $M(x) = -x \times R_B + (x - 60) \times 800 = 60x - 48000$

A-C間 ( $200 > x > 140$ )

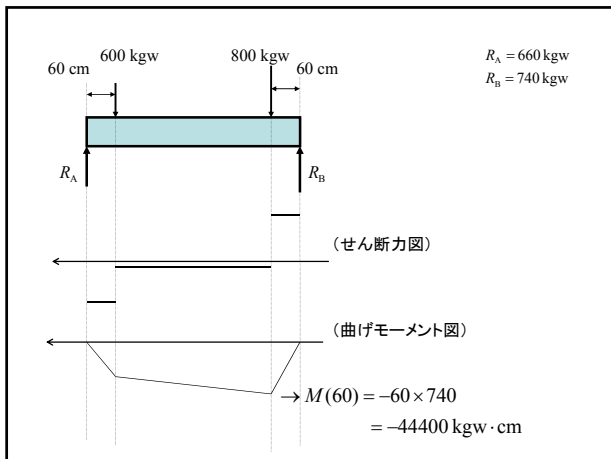
$$M(x) = -x \times R_B + (x - 60) \times 800 + (x - 140) \times 600 = 660x - 132000$$



$$R_A = 660 \text{ kgw}$$

$$R_B = 740 \text{ kgw}$$

(注意) 曲げモーメントの単位は  $\text{kgw} \cdot \text{cm}$



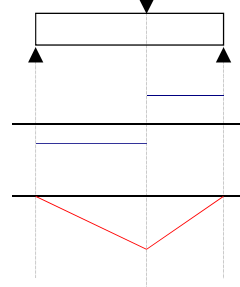
### 3. せん断力図と曲げモーメント図の関係

#### (1) 集中荷重を受ける両端支持ばり

最大曲げモーメントの起きている断面で、せん断力は負から正に変わる。

#### 集中荷重を受ける両端支持ばり

$$F = -\frac{dM}{dx}$$



#### 1) せん断力図

$$b > x \geq 0$$

$$F(x) = R_B$$

$$l \geq x > b$$

$$F(x) = R_B - W$$

#### 2) 曲げモーメント図

$$b > x \geq 0$$

$$M(x) = -R_B \cdot x$$

$$l \geq x > b$$

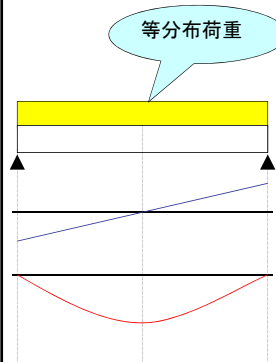
$$M(x) = -R_B \cdot x + W(x - b) \\ = (W - R_B)x - Wb$$

#### (2) 等分布荷重を受けているはり

最大曲げモーメントの起きている断面で、せん断応力はゼロである。

せん断力が負から正、あるいはゼロになる断面で曲げモーメントが最大になる。

#### 等分布荷重を受ける両端支持ばり



$$\omega = -\frac{dF}{dx}, \quad F = -\frac{dM}{dx}$$

#### 1) せん断力図

$$F(x) = R_B - \omega \cdot x$$

#### 2) 曲げモーメント図

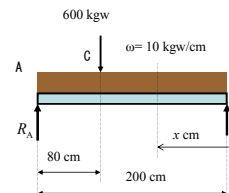
$$M(x) = -R_B \cdot x + \omega \cdot x^2 / 2$$



プリント： 第11回

1. 次の図では、はりに集中荷重(600kgw)と等分布荷重(10kgw/cm)がかかっている。

せん断力図と曲げモーメント図を描け。また、最大曲げモーメントの大きさと位置を求めよ。はりの断面の位置ははりの右端(Bの位置)からの距離を  $x$  [cm] とせよ。



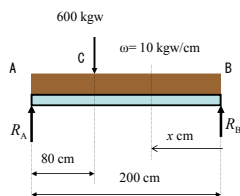
<略解>(式中の単位記載を省略)

$$\omega = 10 \text{ kgw/cm}$$

(1) 反力の計算:  $R_A$  [kgw],  $R_B$  [kgw]

$$R_A + R_B - 600 - 200 \cdot \omega = 0$$

$$-200 \times R_B + 80 \times 600 + \frac{200}{2} \times (200 \cdot \omega) = 0$$



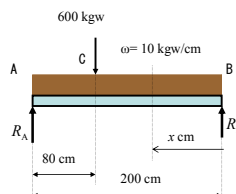
$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

(2) せん断力図:  $F$  kgw

$$\text{C-B間} \quad (120 > x > 0) \quad F(x) = R_B - \omega \cdot x = 1240 - 10x$$

$$\text{A-C間} \quad (200 > x > 120) \quad F(x) = R_B - \omega \cdot x - 600 = 640 - 10x$$



$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

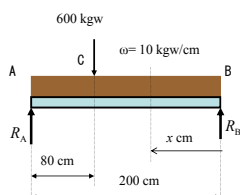
$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

(3) 曲げモーメント図:

$$\text{C-B間} \quad (120 > x > 0) \quad M(x) = -x \times R_B + \frac{x}{2} \cdot (\omega \cdot x) = -1240x + 5x^2$$

A-C間  $(200 > x > 120)$

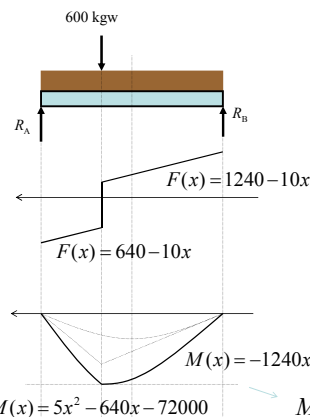
$$M(x) = -x \times R_B + \frac{x}{2} \cdot (\omega \cdot x) + (x - 120) \times 600 = 5x^2 - 640x - 72000$$



$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

(注意) 曲げモーメントの単位は kgw·cm



$$R_A = 1360 \text{ kgw}$$

$$R_B = 1240 \text{ kgw}$$

(← せん断力図)

(← 曲げモーメント図)

$$M(x) = 5x^2 - 640x - 72000 \quad M(120) = -76800$$



### <問題11>

1. 次の各図に示すようなはりのせん断力図と曲げモーメント図の概略を描き, 最大曲げモーメントの位置を推定しなさい。

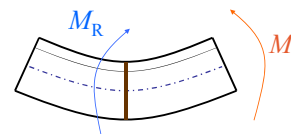
(教科書40頁 → 教科書62～63頁参照)



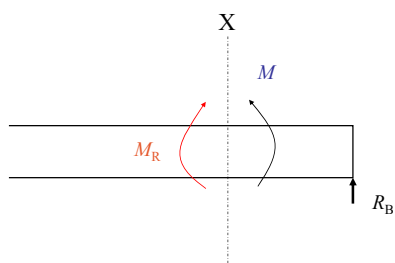
### ◎ 材料の変形 (8)

#### 1. 曲げ応力と抵抗モーメント

抵抗モーメント  $M_R$  は, 曲げ作用のために材料内部に発生した応力に伴って生じる。



任意の断面の  $M_R$  はその断面の曲げモーメント  $M$  と同じ大きさである。



任意の断面の  $M_R$  はその断面の曲げモーメント  $M$  と同じ大きさである。

