

生体力学

第10回

2010年 1月14日(木)



第9回 材料の変形(5)

○ 材料の力学的な安全利用の限界を知る。

1. 破壊
2. 許容応力
3. 安全率
4. 材料の強度
5. 急速荷重と衝撃荷重
6. 材料の疲れ
7. 応力集中

第10回 材料の変形(6)

○ 構造体の基盤であるはり(梁)の種類, 荷重の種類, 荷重に伴って発生する反力, 曲げモーメント, せん断力を学ぶ。

1. はりの種類
2. 荷重
3. 反力
4. せん断力
5. 曲げモーメント

第11回 材料の変形(7)

○ 荷重の種類に応じてはりの任意箇所が発生する曲げモーメント, 及びせん断力の作図方法を学ぶ。

1. せん断力図
2. 曲げモーメント図
3. せん断力図と曲げモーメント図の関係

第12回 材料の変形(8)

○ はりに発生する最大曲げモーメントとその位置に発生する抵抗モーメントから, はりの最適な断面形状について学ぶ。

1. 曲げ応力と抵抗モーメント
2. 断面二次モーメント
3. 断面係数
4. 危険断面
5. はりの断面寸法の決め方
6. 曲げモーメントとせん断力の関係

第13回 材料の変形(9)

○ はりのたわみ量, 平等強さ, 不静定ばりについて学ぶ。

1. はりのたわみ
2. 平等強さのはり
3. 不静定ばり
4. 残留応力

第14回 材料の変形(10)

○ はりの軸方向の荷重に伴う破壊を理解する。また, 軸回りのねじりについて学ぶ。

1. ねじり
2. 座屈

第15回 材料の変形と流動

○ 材料の変形と流動(粘弾性)について学ぶ。

1. フック弾性体 2. ニュートン流体
3. ビンガム塑性体 4. 非フック弾性体
5. 非ニュートン流体 5. 粘弾性のモデル
4. 残留応力

○ 生体硬組織の力学的性質を知る

1. 骨(と歯)の力学的性質



問題3 軟鋼でできている丸棒が引張り荷重 $6.0 \times 10^4 \text{ N}$ を受けている。この丸棒の引っ張り強さが 80 MPa , 安全率が 3 の時, この丸棒の直径は何センチメートル以上必要か。ただし $1.0 \text{ MPa} = 1.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。

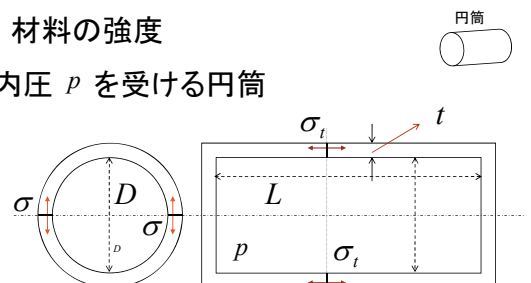
$$\frac{6.0 \times 10^4 \text{ N}}{\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2} \leq \text{許容応力} = \frac{\text{極限強さ}}{\text{安全率}(S)} = \frac{80 \text{ MPa}}{3} \text{ より}$$

$$d \geq 2 \times \sqrt{\frac{6.0 \times 10^4 \text{ N}}{\pi} \times \frac{3}{80 \text{ MPa}}} = 2 \times \sqrt{\frac{6.0 \times 10^4 \text{ N}}{3.14} \times \frac{3}{80 \times 10^6 \text{ Pa}}}$$

$$\cong 0.053537 \text{ m} \cong 5.4 \text{ cm}$$

4. 材料の強度

内圧 p を受ける円筒

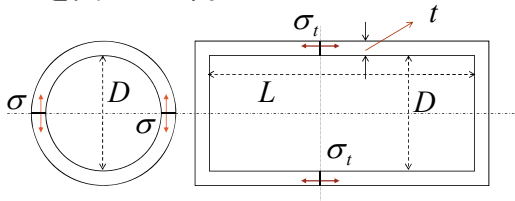


σ : 横方向の応力(フープ応力)

$$2\sigma L t = p D L$$

$$\sigma = \frac{D p}{2 t}$$

内圧を受ける円筒



σ_l : 縦方向の応力

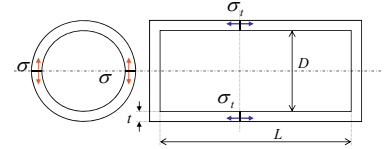
$$2\pi \frac{D}{2} t \sigma_l = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 p$$

$$\sigma_l = \frac{Dp}{4t}$$

問題4 下図は薄肉円筒を表す。

容器内の圧力 $p = 2000 \text{ hPa}$ 、 $L = 1.0 \text{ m}$ 、 $D = 0.40 \text{ m}$
 $t = 0.010 \text{ m} = 1.0 \text{ cm}$ のとき、横方向の応力(フープ応力)と縦方向の応力の値を求めよ。

[計算]



横方向の応力(フープ応力)

$$\sigma = \frac{Dp}{2t} = \frac{0.40 \text{ m} \times 2000 \times 100 \text{ Pa}}{2 \times 0.010 \text{ m}} = 4.0 \times 10^6 \text{ Pa}$$

縦方向の応力 $\sigma_l = \frac{Dp}{4t} = 2.0 \times 10^6 \text{ Pa}$

<問題9>

4. 内径 60 cm の薄肉円筒容器に、 30 kgw/cm^2 の流体を封じ込めようとすれば、板厚はいくらにすればよいか。許容応力を 800 kgw/cm^2 として計算せよ。

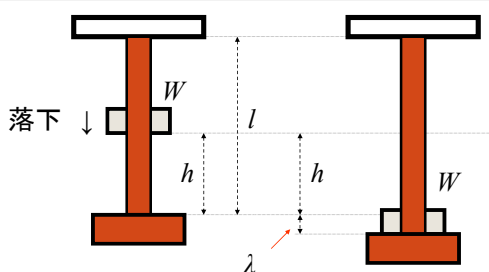
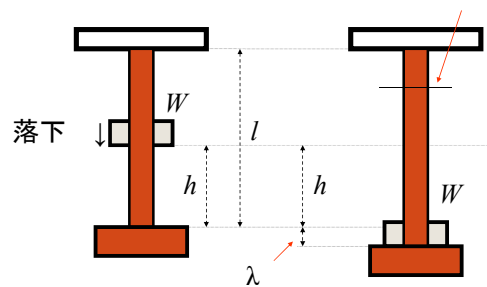
[略解]

$$\sigma = \frac{Dp}{2t} \quad \text{から}$$

$$t = \frac{Dp}{2\sigma} = \frac{60 \text{ cm} \cdot 30 \text{ kgw/cm}^2}{2 \times 800 \text{ kgw/cm}^2}$$

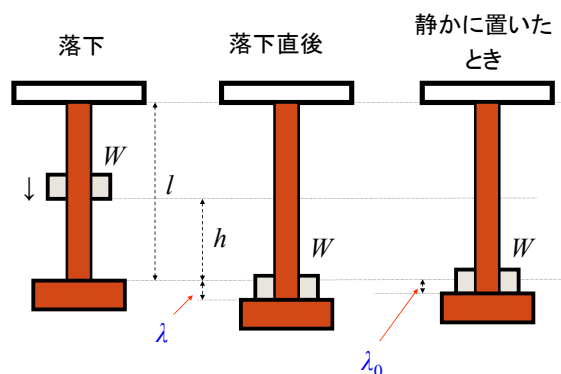
5. 急速荷重と衝撃荷重

断面積を A で表す



質量 $M (= W/g)$ の物体の位置エネルギーの減少分 $W(h+\lambda)$ は

伸び λ に伴う弾性エネルギー $(1/2) \lambda A \sigma$ に等しい。



結果は、

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right)$$

$$\lambda_0 \equiv \frac{l}{AE} W$$

$$\sigma = E \frac{\lambda}{l} = \sigma_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right)$$

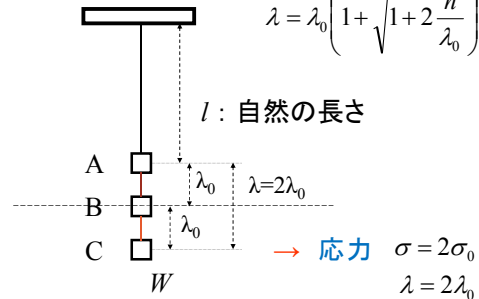
$$\sigma_0 = E \frac{\lambda_0}{l}$$

急速荷重

$h = 0$ の時

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right)$$

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{\lambda_0}} \right)$$



<問題9> (プリントの問題5)

8. 直径 5 cm の丸棒が, 1,000 kg重 の引っ張り荷重で 0.1 cm 伸びる場合を考える。

この荷重を 10 cm の高さから落下させるときの
衝撃応力 と 伸び を求めよ。

<略解> $A = \pi \left(\frac{5 \text{ cm}}{2} \right)^2 \cong 19.625 \text{ cm}^2$, $\lambda_0 = 0.10 \text{ cm}$, $h = 10 \text{ cm}$,

$$\sigma_0 = \frac{1,000 \text{ kgw}}{A} \cong 499.36 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}} \right) \sigma_0 \cong 7579 \text{ N/cm}^2 \cong 773.4 \text{ kgw/cm}^2 \quad \text{衝撃応力}$$

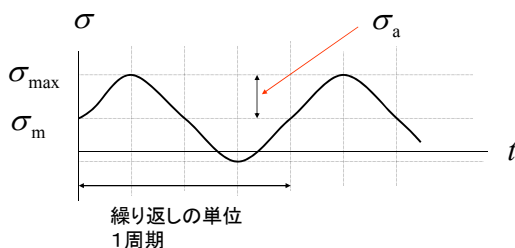
$$\lambda = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_0}} \right) \lambda_0 = 1.5177 \text{ cm} \quad \text{衝撃時の伸び}$$

6. 材料の疲れ

人の体の筋肉や骨など、構造物の多くは
負荷と除荷の繰り返しを受ける。1回の作
用では破壊(破損)に至らなくとも、作用が
繰り返されると構造物は破壊(破損)する
ことがある。

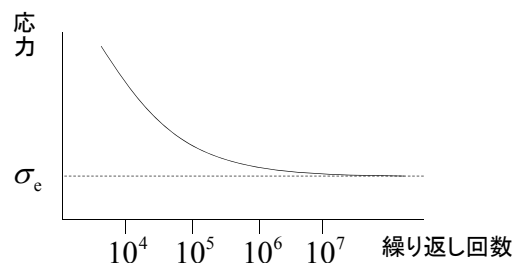
この、繰り返し負荷による破壊は**疲労**と呼
ばれている。

疲労試験



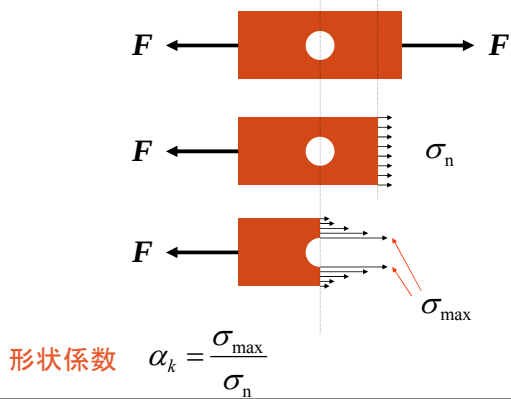
破壊(破損)までの**サイクル数 N** は
応力振幅 σ_a に依存する。

σ_a が高いと N は低い。



このグラフから、応力 σ_a がその値以下
であれば、何回繰り返しても破壊しないとい
う限界があるのを知ることができる。
これを **疲れ限度 (σ_e)** と呼ぶ。

7. 応力集中



集中した応力の値は

- (1) 溝が深いほど
 - (2) 溝の底の曲率半径が小さいほど
 - (3) 溝の角度が小さいほど
- 大きくなる。

<問題9>

7. 歯科材料として使うときに必要な材料の特性としてどのような性質を念頭に置くべきか考えてみよ。

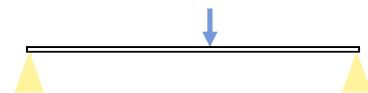
<問題9>

9. 適切な表現で以下の定義を完成せよ。(問題と解答は教科書を参照)



◎ 材料の変形 (6)

1. はりの種類



はり: 水平に支えられて、軸線に垂直方向に力を受け、構造体の一部になっている棒。

支点: はりを支えている点。

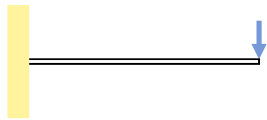
スパン(span): 支点間の距離。

a 片持ばり (cantilever)

固定端： 固定されているほうの端

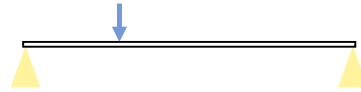
自由端： 他方の端

うで(arm)： 突き出しているはりの長さ



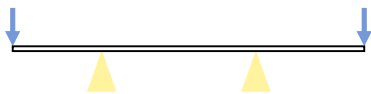
b 両端支持ばり (simple beam)

両端が自由に置かれた状態のはり
(単純ばり)



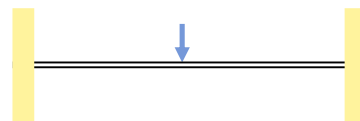
c 張出しばり (overhanging beam)

オーバーハングとは、支点から
張り出している部分。



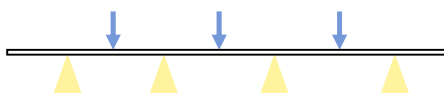
d 固定ばり (fixed beam)

両端とも固定されているはり。



e 連続ばり (continuous beam)

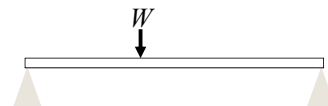
支点が2カ所以上あるはり。



2. 荷重

はりにかかる荷重の種類

(1) 集中荷重 (concentrated load)



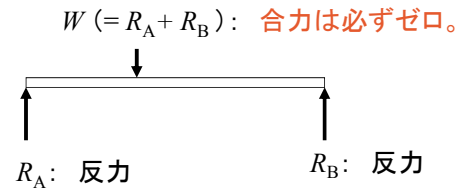
(2) 分布荷重

はりの全長，または一部に分布してかかる荷重。単位長さあたりの荷重が一定の時，**等分布荷重** (uniformly distributed load) という。



3. 反力

はりが支点から受ける力を反力と呼ぶ。

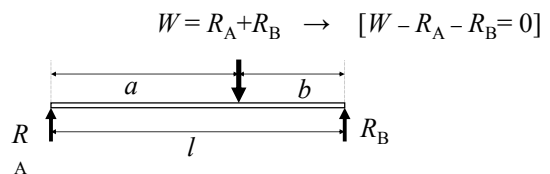


反力の計算には次の2つの条件を使う。

- (1) はりに作用するすべての力の和（合力）はゼロ
- (2) はりにかかる力それぞれのモーメントの代数和は、どの点の回りでもゼロ

注) これらの条件は、せん断力、曲げモーメントの計算でも必要。

- 1) 合力はゼロ。

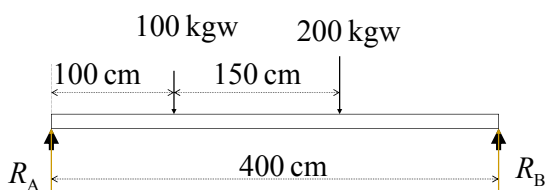


- 2) はりにかかる力のモーメントの代数和は、どの点の回りでもゼロ。

$$R_A \cdot l - W \cdot b = 0$$

<問題10>

1. 図のようなはりの反力 R_A , R_B を求めよ。



[略解]

- (1) はりに作用するすべての力の和（合力）はゼロ：

$$R_A + R_B - 100 \text{ kgw} - 200 \text{ kgw} = 0$$

- (2) はりにかかる力それぞれのモーメントの代数和は、どの点の回りでもゼロ：

$$100 \text{ cm} \times 100 \text{ kgw} + 250 \text{ cm} \times 200 \text{ kgw} - 400 \text{ cm} \times R_B = 0$$

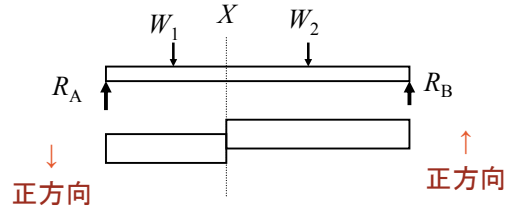
従って、(1) と (2) より

$$R_A = 150 \text{ kgw} \quad R_B = 150 \text{ kgw}$$

と求まる。

4. せん断力

せん断力 (F)



$$F = -R_A + W_1 \quad (\text{左側})$$

$$F = R_B - W_2 \quad (\text{右側})$$

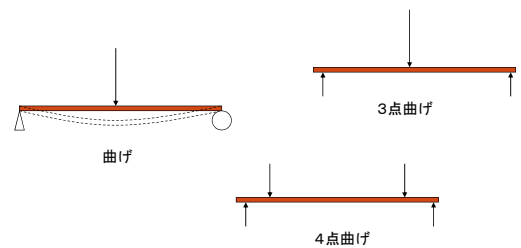
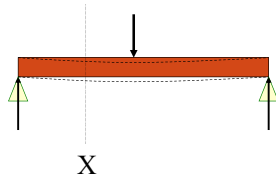
せん断力の計算の手順

- (1) 考えている断面のせん断力 F の大きさは、断面の片側に働く力の代数和。
上向きの力を負とするときは、
下向きの力を正として加え合わせる。
- (2) 断面の左側の力は、下向きを正とする。
- (3) 断面の右側の力は、上向きを正とする。

5. 曲げモーメント

断面の曲げモーメントは、その断面の片側だけの力のモーメントで表す。

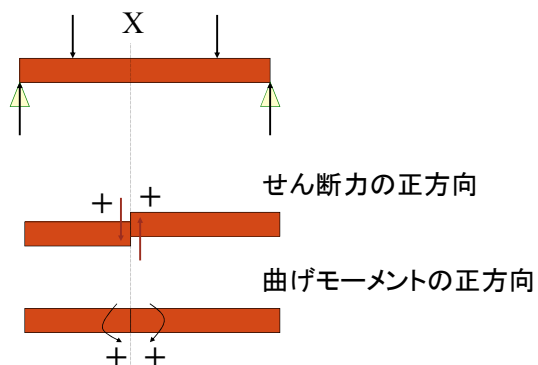
断面の右または左にある力のモーメントの和がこの断面の曲げモーメントになる。



曲げモーメント (M) の正と負の取り方

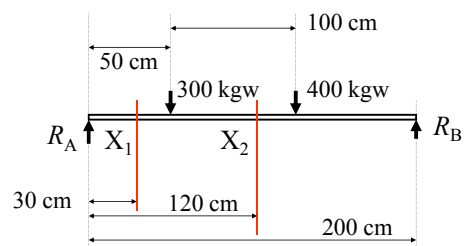


<正と負の取り方>

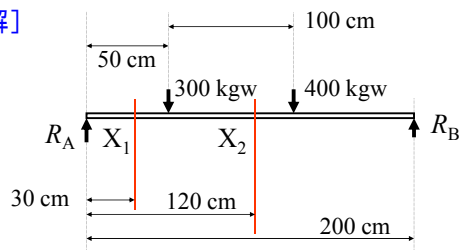


<問題10>

2. 図のようなはりの断面 X_1 及び X_2 のせん断力と曲げモーメントを計算せよ。



[略解]



$$(1) R_A + R_B - 300\text{kgw} - 400\text{kgw} = 0$$

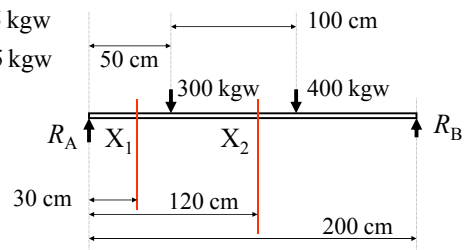
$$(2) 50\text{cm} \times 300\text{kgw} + 150\text{cm} \times 400\text{kgw} - 200\text{cm} \times R_B = 0$$

$$\text{従って, } R_B = 375\text{ kgw}$$

$$R_A = 325\text{ kgw}$$

$$R_B = 375\text{ kgw}$$

$$R_A = 325\text{ kgw}$$



断面 X_1

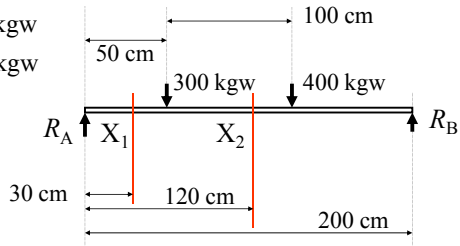
$$\text{:せん断力} \Rightarrow -300\text{ kgw} - 400\text{ kgw} + R_B$$

:曲げモーメント

$$\Rightarrow 20\text{cm} \times 300\text{kgw} + 120\text{cm} \times 400\text{kgw} - 170\text{cm} \times R_B$$

$$R_B = 375\text{ kgw}$$

$$R_A = 325\text{ kgw}$$



断面 X_2

$$\text{:せん断力} \Rightarrow -400\text{ kgw} + R_B$$

:曲げモーメント

$$\Rightarrow 30\text{cm} \times 400\text{kgw} - 80\text{cm} \times R_B$$